

Chalmers Tekniska Högskola
Matematik

**Tentamen: Matematisk analys D
TMV170 och MAD120**

Datum: 2006-08-28 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** V

Förfrågningar: tel 0762-721860

Lösningar: Anslås MC, vid datasal MV:F22

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Resultat: Anslås senast den 8/9 MC, vid datasal MV:F22

Skrivningsvisning: Den 11/9 1230-1300 MC rum L2073

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1. Bestäm följande gränsvärden

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} \quad (5p)$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2(x) - 1}{x^2} \quad (5p)$$

Uppgift 2. I ett xy -plan roteras området

$$D = \{(x, y) : 1 + x^2 \leq y \leq 2, -1 \leq x \leq 1\}$$

kring x -axeln. Bestäm volymen av den så erhållna rotationskroppen. (10p)

Uppgift 3.

- (a) Lös ekvationen $z^2 = \frac{1+i}{1-i}$, där i är den imaginära enheten. (5p)
- (b) På vilken kurva i det komplexa w -planet avbildar funktionen $w = e^z$ linjen $Re(z) = a$? (5p)

Uppgift 4.

Vi intresserar oss nu för trapetsmetoden för approximativ beräkning av bestämda integraler

$$\int_a^b f(x)dx .$$

Vi tänker oss, för enkelhetens skull, att f har derivator av vilken ordning som helst för $a \leq x \leq b$. Dela nu in integrationsintervallet i N lika delintervall och låt $h = (b - a)/N > 0$.

Vi ser på felet svarande mot ett delintervall

$$E(h) = \int_0^h f(x)dx - \frac{h}{2} (f(0) + f(h)).$$

Ange nu Taylorpolynomet till $E(h)$ kring $h = 0$, av grad mindre än 5. (10p)

Uppgift 5.

(a) Finn en lösningskurva till ekvationen $(1 + x^2)\frac{dy}{dx} + (1 + y^2) = 0$ som går genom punkten $(2, 0)$ i ett xy -plan. (5p)
För att få full poäng måste svaret ges på enklast möjliga form.

(b) Ange den lösning till differentialekvationen $\ell(y) = y'' + y' - 2y = 1$ med egenskaperna att $y(0) = 0$ samt att $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ existerar ändligt. (5p)

Lycka till !