

MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Peter Hegarty

Dag : 010127 Tid : 8.45 - 13.45.
Hjälpmedel : Inga
Vakt : Fredrik Engström 0740-350646.

Tentamenskriving i Algebraisk talteori (MAN 640)

Obs! I de uppgifter där man ska formulera en sats, måste man ge tydliga definitioner av alla termerna i formuleringen.

I uppgifter nr. 2,4,6,7, om du använder något resultat från föreläsningssanteckningarna i din lösning, då behöver du inte bevisa det.

≥ 12 poäng, inkl. inlämningsuppgifterna, ger godkänt. Denna gräns kan minskas efteråt.

- 1 (0.1p+0.4p+2.5p).** (i) Formulera Fermat's Last Theorem.
(ii) Varför räcker det att bevisa FLT för $n = p$, ett primtal och $n = 4$?
(iii) Bevisa FLT för $n = 4$.

- 2 (2p).** Utan att hänvisa till Dirichlets sats, bevisa att det finns oändligt många primtal p så att $p \equiv 2 \pmod{3}$.

- 3 (0.2p+0.2p+2.6p).** (i) Formulera Gauß lemma.
(ii) Formulera Gauß reciprocitetslag.
(iii) Bevisa lagen med hjälp av lemmat, eller på något annat sätt.

- 4 (1.5p+1.5p).** (i) Ange alla reducerade binära kvadratiske former av diskriminant -24 .
(ii) Ange alla primtal som kan representeras på formen $x^2 + 14xy + 55y^2$, för några heltal x, y .

- 5 (0.3p+2.7p).** (i) Formulera Minkowskis sats.
(ii) Med hjälp av denna sats, eller på något annat sätt, bevisa fyra-kvadraters satsen.

- 6 (3p).** Låt G vara en ändlig abelsk grupp och $g \in G$. Beräkna

$$\sum_{x \in \hat{G}} [\chi(g)]^2.$$

7 (3p). Beräkna (med bevis)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \left(\sum_{n=1}^N \phi(n) \right),$$

där ϕ är Eulers phi-funktion.

Obs! Tentan beräknas vara färdigrättad den 24 januari. Då kan den hämtas i mottagningsrummet mellan kl. 12:30-13:00. Tentamensresultat lämnas också ut per telefon 772 35 09 *efter* kl. 14:00.