

Tvetydigheter

Olle Häggström¹

Nyckelbegreppet som William Byers ständigt återkommer till i sin bok *How Mathematicians Think: Using Ambiguity, Contradiction, and Paradox to Create Mathematics*² är tvetydighet (ambiguity). Står x i ekvationen $3x+2=8$ för ett tal vilket som helst, eller specifikt för talet 2? Tvetydigt. Hur kan ”noll” stå för något och samtidigt inget? Tvetydigt igen. Är matematiska resultat att betrakta som upptäckter eller uppfinningar? Ännu en tvetydighet. Författarens sökande efter fenomen att stämpla som tvetydiga är så konsekvent att han förmodligen blir förtjust då han får veta vad jag känner då jag nu skall värdera hans bok: tvehågsenhet.

Å ena sidan har jag, som strax skall framgå, starka invändningar mot boken. Å andra sidan skulle jag med glädje rekommendera den som bredvidläsning för mina grundutbildningsstudenter, i syfte att stimulera deras intresse för matematiken. Bokens styrka, och skälet till att jag gärna vill sätta den i händerna på mina studenter, är de förtjänstfulla genomgångarna av några av de delar av matematiken som då de introducerades kom att skapa förvirring och rentav kriser. Byers berättar engagerat och med så lite teknikaliteter som möjligt om de gamla grekernas fasansfulla upptäckt att $\sqrt{2}$ är irrationellt, om Cantors teori för oändliga kardinaltal, om införandet av icke-euklidiska geometrier, och om Hilberts dröm om en formalisering av matematiken som helhet och Gödels dräpslag mot denna. I vart och ett av dessa fall söker han förmedla den vända och förbryllan som samtidens matematiker kände inför de nya rönen, vilket fungerar hyggligt väl för mig men som troligen är ännu effektivare då läsaren är en nybörjarstudent än då denne är en medelålders matematiker som i 20 år eller mer varit bekant med de en gång så kontroversiella begreppen.

Dessa fallstudier interfolieras och hålls samman av författarens diskussion kring vad han kallar sin matematikfilosofi. Han avvisar bestämt den formalistiska synen att matematiken blott skulle bestå i härledandet enligt givna regler av sanna påståenden från andra sanna påståenden. Även om han erkänner att matematiken har en sådan sida, och att denna är oundgänglig, så lägger han sin betoning på den matematiska verksamhetens mänskliga aspekter, och på tvetydigheter, motsägelser och paradoxer. Diskussionerna är inte bara långa utan dessvärre också långrandiga och repetitiva, och många av de dörrar som slås in är i själva verket redan vidöppna. Någon gång under

¹Professor i matematisk statistik, Chalmers, <http://www.math.chalmers.se/~olleh/>

²Princeton University Press, 2007.

läsningen drabbas jag av irritation mot den förlagsredaktör som underlåtit att anmoda författaren att sammanfatta sina tankar på 50 eller 100 sidor istället för på bokens 415. (Dock är det tänkbart att längden och repetitiviteten för vissa yngre läsare kan bidra till att göra ovan nämnda matematikhistoriska fallstudier mer aptitliga, då ju matematiska texters höga densitet ofta gör dem svårsmälta. Och inbankandet av öppna dörrar är säkert mindre irriterande för den som inte redan sett dem stå öppna i decennier.)

I bokens två sista kapitel skiftar så den filosofiska diskussionen karaktär, på så vis att Byers blir långt mer benägen till kontroversiella påståenden. Detta är upplivande, trots (eller tack vare) att jag finner mycket att invända emot, som t.ex. i diskussionen kring sanningsbegreppet i matematik, där han lite väl oblygt (för min smak) flörtar med postmodernistiska och relativistiska uppfattningar. En fem sidor lång diskussion präglad av sammanblandning mellan ontologi och epistemologi utmynnar på s 343 i det fräcka påståendet att "the truth is not the truth unless it is known". Mot detta vill jag, för att ta till ett konkret exempel, invända att av de båda utsagorna

(a) varje jämnt tal $n \geq 4$ kan skrivas som summan av två primtal,

och

(b) det finns minst ett jämnt tal $n \geq 4$ som inte kan skrivas som summan av två primtal,

är en sann och den andra falsk – ett förhållande som knappast rubbas av att vi saknar kunskap om vilken av dem som är sann. Byers är förvisso inte den förste som förnekar detta, men jag vill ändå mena att det är en skyldighet, när man kommer med ett så konstraintuitivt för att inte säga besynnerligt påstående, att backa upp detta med ett starkt argument. Detta försummar han.

Än mer provocerande blir Byers när han som avslutning söker ta sin observation att matematiken är något utöver det nakna algoritmiska härledandet av formler som intäkt för långtgående slutsatser om människan. Våra tankar och våra medvetanden kan inte ens i princip ges en algoritmisk eller mekanistisk förklaring: "*Human beings are not machines!*" som han med kursivering och allt utropar på s 387. Men den biologiska och medicinska forskningen pekar entydigt i riktningen att vi är robotar, uppbyggda av robotar, uppbyggda av robotar (för att låna en formulering av filosofen Daniel Dennett). Och vad är alternativet? Förespråkar Byers måhända en cartesisk dualism? Här lämnas läsaren i sticket.

Idén att vår matematiska aktivitet skulle vara oförenlig med den algoritmiska teorin för mänskligt medvetande är inte ny: Roger Penrose har i

The Emperor's New Mind m.fl. böcker hävdar att det faktum att vi kan förstå Gödels bevis visar att nämnda teori missar något fundamentalt. Byers nämner Penrose men är mindre specifik (eller snarare inte specifik alls) i sin argumentation. Kanske tänker han sig att summan av de till synes ickealgoritmiska aspekter av mänskligt matematiskt tänkande han i kapitel efter kapitel diskuterar talar sitt tydliga språk. Men tusen dåliga argument summerar sig inte nödvändigtvis till ett bra. Som ett exempel i mängden kan vi ta anekdoten på s 329 om hur Henri Poincaré, i samma ögonblick han kliver ombord på en vagn, drabbas som från ingenstans av vissheten om att en klass av transformationer han använt sig av för att definiera s.k. Fuchsiska funktioner är identisk med en annan klass av transformationer som uppkommer i icke-euklidisk geometri. Att av denna episod dra slutsatsen att något ickealgoritmiskt ägt rum i Poincarés huvud synes mig förhastat, och detta av minst två skäl. För det första är det rimligt att tänka sig att aha-upplevelsen återspeglar en lång tids undermedveten algoritmisk informationsbearbetning, och för det andra var Poincaré knappast ofelbar (ens i stunder av upplevd visshet). Liknande invändningar kan göras mot de flesta av – och jag frestas skriva samtliga – Byers' argument mot att mänsklig tankeverksamhet skulle vara på den mest fundamentala nivån algoritmisk.

Ändå vill jag mena att Byers förtjänar beröm för att han gör ett försök att ta sig an frågan om vad mänsklig tankeverksamhet egentligen är. Att frågan är svår är ett kraftigt understatement, och att jag kritiserar hans behandling av den behöver inte tas alltför allvarligt.³ Ingen behandling av frågan kan nämligen undgå kritik, och om Byers hade tagit sig an den på ett sätt som fallit mig bättre i smaken hade han säkert fått skäll för detta av exempelvis Reuben Hersh, vars recension av boken i *Notices of the AMS* (december 2007)⁴ nu är varmt positiv och med fördel kan läsas som komplement till min.

³Menar jag verkligen detta? På ett plan ja, på ett annat nej. Tvetydigt.

⁴<http://www.ams.org/notices/200711/tx071101496p.pdf>