

## Lösning till problemet november 1998

Faktorisering ger

$$x^4 + 4y^4 = (x^2 + 2y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy).$$

Den första faktorn är alltid  $\geq 5$ . För den andra faktorn gäller att  $x^2 + 2y^2 - 2xy = (x - y)^2 + y^2 \geq y^2$  med likhet då och endast då  $x = y$ . Den andra faktorn är alltså större än 1 om  $y > 1$  och lika med 1 om och endast om  $x = y = 1$ . Talet  $x^4 + 4y^4$  är alltså sammansatt om  $x \neq y$  eller om  $x = y \geq 2$ . För  $x = y = 1$  är  $x^4 + 4y^4 = 5$  ett primtal.

**Svar:**  $x = y = 1$