Lösning till problemet november 1998

Faktorisering ger

$$x^4 + 4y^4 = \left(x^2 + 2y^2\right)^2 - 4x^2y^2 = \left(x^2 + 2y^2 + 2xy\right)\left(x^2 + 2y^2 - 2xy\right).$$

Den första faktorn är alltid ≥ 5. För den andra faktorn gäller att $x^2 + 2y^2 - 2xy = (x-y)^2 + y^2 \geq y^2$ med likhet då och endast då $x = y$. Den andra faktorn är alltså större än 1 om $y > 1$ och lika med 1 om och endast om $x = y = 1$. Talet $x^4 + 4y^4$ är alltså sammansatt om $x \neq y$ eller om $x = y \geq 2$. För $x = y = 1$ är $x^4 + 4y^4 = 5$ ett primtal.

Svar: $x = y = 1$