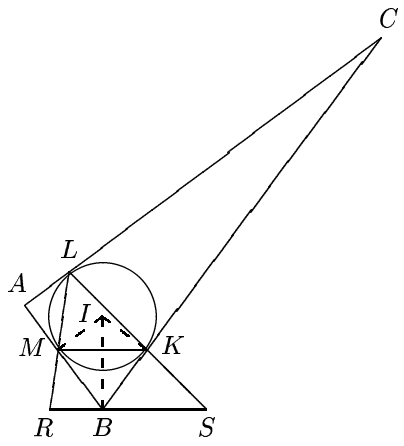
Lösning till problemet september 1998



Eftersom linjerna MK och RS är parallella är vinklarna BSK och MKL lika. Enligt korda-tangent satsen är $\angle AML = \angle MKL$. Eftersom vertikalvinklar alltid är lika följer att $\angle BMR = \angle AML$. Alltså är $\angle BSK = \angle BMR$. Analogt visar man att $\angle BRM = \angle BKS$. Trianglarna BSK och BMR är alltså likvinkliga och därmed likformiga, varav $\dfrac{|BR|}{|BK|} = \dfrac{|BM|}{|BS|}$. Då längden av de två tangenterna BK och BM är lika följer att $|BR||BS| = |BK|^2$. Bisektrisen BI till vinkeln KBM är bisektris till vinkeln B i den likbenta triangeln KBM och därmed vinkelrät mot linjen MK och då även vinkelrät mot den med MK parallella linjen RS. Pythagoras sats tillämpad på trianglarna RIB, SIB och IKB ger $|IR|^2 = |IB|^2 + |RB|^2$, $|IS|^2 = |IB|^2 + |SB|^2$ respektive $|IB|^2 = |IK|^2 + |BK|^2$, varav (observara att B ligger i vinkeln RLS, dvs. mellan R och S)

$$\begin{aligned}
|IR|^2 + |IS|^2 &= 2|IB|^2 + |RB|^2 + |BS|^2 = 2|IB|^2 + (|RB| + |BS|)^2 - 2|RB||BS| \\
&= 2|IB|^2 + |RS|^2 - 2|BK|^2 = 2|IK|^2 + |RS|^2 \\
&> |RS|^2 = |IR|^2 + |IS|^2 - 2|IR||IS|\cos(\angle RIS).
\end{aligned}$$

Alltså är $\cos(\angle RIS) > 0$ och $\angle RIS$ spetsig.