

Lösning till problem Juni 1999

Ett år som inte är skottår består av 52 veckor och en dag. Ett skottår består av 52 veckor och två dagar. Varje 400-årsperiod innehåller exakt 97 skottår och alltså $400 \cdot 52$ veckor plus 497 dagar dvs exakt $400 \cdot 52 + 71 = 20871$ veckor. Den gregorianska kalendern har alltså en veckoperiod av 400 år.

För att skottdagen ska störa räkningarna så litet som möjligt, återinförs 1 mars som nyårsdag.

Om den 1 mars är en måndag, infaller under den följande 12-månadersperioden den 13:e på

veckodag	i månad	antal gånger
måndag	september & december	2
tisdag	april & juli	2
onsdag	oktober	1
tordag	maj & januari	2
fredag	augusti	1
lördag	mars & november	2
söndag	juni & februari	2

Om den 1 mars infaller på en annan veckodag förskjuts ovanstående tabell och vi får

Tabell 1

1/3 infaller på	Antal gånger under ett år som den 13:e infaller på en						
	måndag	tisdag	onsdag	torsdag	fredag	lördag	söndag
måndag	2	2	1	2	1	2	2
tisdag	2	2	2	1	2	1	2
onsdag	2	2	2	2	1	2	1
torsdag	1	2	2	2	2	1	2
fredag	2	1	2	2	2	2	1
lördag	1	2	1	2	2	2	2
söndag	2	1	2	1	2	2	2

Det återstår att bestämma hur många gånger under 400 år som den första mars infaller på respektive veckodag.

Vi studerar perioden 1 mars 2000 - 29 februari 2400.

Eftersom den 1 mars 1989 var en onsdag och det mellan denna dag och den 1 mars 2000 finns tre skottdagar så kommer den 1 mars 2000 att infalla på en onsdag.

Tabell 2

	Årtal under perioden 2000-2099 då 1/3 infaller på en														Antal	
måndag	04	10	21	27	32	38	49	55	60	66	77	83	88	94	14	
tisdag	05	11	16	22	33	39	44	50	61	67	72	78	89	95	14	
onsdag	00	06	17	23	28	34	45	51	56	62	73	79	84	90	14	
torsdag	01	07	12	18	29	35	40	46	57	63	68	74	85	91	96	15
fredag	02	13	19	24	30	41	47	52	58	69	75	80	86	97	14	
lördag	03	08	14	25	31	36	42	53	59	64	70	81	87	92	98	15
söndag	09	15	20	26	37	43	48	54	65	71	76	82	93	99	14	

Vi ser att den 1 mars år 2100 infaller på en måndag
 2200 infaller på en lördag
 2300 infaller på en torsdag.

Tabell 3

veckodag	Antal år den 1/3 infaller på viss veckodag under seklet				totalt
	2000-2099	2100-2199	2200-2299	2300-2399	
måndag	14	14	14	14	56
tisdag	14	15	15	14	58
onsdag	14	14	14	14	56
torsdag	15	15	14	14	58
fredag	14	14	14	15	57
lördag	15	14	14	14	57
söndag	14	14	15	15	58

Vi kan nu för varje veckodag beräkna antalet månader under perioden 1 mars 2000 - 29 februari 2400 då den 13:e infaller på denna veckodag, genom att multiplicera matriserna (ur tabell 1 och tabell 3)

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 56 \\ 58 \\ 56 \\ 58 \\ 57 \\ 57 \\ 58 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 56 \\ 56 \\ 56 \\ 56 \\ 56 \\ 56 \\ 56 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 12 \cdot 56 + 13 \\ 12 \cdot 58 + 13 \\ 12 \cdot 56 + 15 \\ 12 \cdot 56 + 12 \\ 12 \cdot 56 + 16 \\ 12 \cdot 56 + 12 \\ 12 \cdot 56 + 15 \end{bmatrix} .$$

Svar: Under en 400-årsperiod inträffar den 13:e på

veckodag	måndag	tisdag	onsdag	torsdag	fredag	lördag	söndag
antal månader	685	685	687	684	688	684	687