

Problem december 2000

Låt $n > 2$ vara ett heltal sådant att $\frac{n}{2}$ är ett udda heltal. Låt d_1, d_2, \dots, d_m vara de m tal som uppfyller villkoren

(I) $1 \leq d_i < n$ för $i = 1, 2, \dots, m$.

(II) d_i och n saknar gemensamma heltalsfaktorer större än 1.

Visa att

$$\sum_{i=1}^m d_i^2 \geq n^2 - 2n + 2 + \frac{1}{12}(m-2)(3n^2 + 4m^2 - 4m).$$