

Lösning till problemet februari 2001

Av identiteterna

$$x_1 x_2 x_3 = \frac{1}{6} (x_1 + x_2 + x_3)^3 - \frac{1}{2} (x_1 + x_2 + x_3) (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + \frac{1}{3} (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)$$
$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = \frac{1}{2} (x_1 + x_2 + x_3)^2 - \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$$

och det givna systemet följer att

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 &= y_1 + y_2 + y_3 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 &= y_1 y_2 + y_2 y_3 + y_3 y_1 \\ x_1 x_2 x_3 &= y_1 y_2 y_3 \end{cases}$$

Enligt sambandet mellan rötter och koefficienter är x_1, x_2, x_3 och y_1, y_2, y_3 rötter till samma tredjegradsekvation och därför är (x_1, x_2, x_3) en permutation av (y_1, y_2, y_3) .