Lösning till problemet februari 2006

Antag att det ursprungliga talet är $x = 1000a + 100b + 10c + d$, där $a \geq 0$ är ett heltal och b, c, d heltal mellan 0 och 9. Eftersom det nya talet, $\dfrac{7x}{10} = 700a + 70b + 7c + \dfrac{7d}{10}$, ska vara ett heltal, och 10 inte delar 7, måste 10 dela d vilket bara är möjligt om $d = 0$. Detta ger relationen $700a + 70b + 7c = 1000a + 10c + b$, eller förenklat, $100a - 23b + c = 0$. Om $a \geq 3$ är $23b \geq 300 + c \geq 300$ som ger $b > 10$. Om $a = 0$ är c, som liggger mellan 0 och 9, delbart med 23 och därför lika med 0. Men då är $a = b = c = d = 0$ och talet inte flersiffrigt. Om $a = 1$ gäller $c + 8 = 23b - 100 + 8 = 23(b - 4)$, som visar att 23 delar $c + 8$. Av olikheten $8 \leq c + 8 \leq 17$ följer att valet $a = 1$ är omöjligt. Om $a = 2$ är $c - 7 = 23b - 207 = 23(b - 9)$, 23 delar $c - 7$ som ligger mellan -7 och 2. Alltså är $c = 7$ och $b = 9$.

Svar: Det ursprungliga talet är 2970