MATEMATIK GU/CTH

V06

Inledning till algebraisk geometri
Övningar och inlämningsuppgifter V 9

Övningar

1. Låt k våra en algebraisk sluten kropp av karakteristik $p > 0$ och låt Frobeniusavbildningen $F\colon \mathbb{A}^n_k \to \mathbb{A}^n_k$ vara definierad genom $F(X_1, \ldots, X_n) = (X_1^p, \ldots, X_n^p)$. Visa att F är reguljär och bijektiv, men inte en isomorfism.

2. Beskriv den reguljära avbildningen $f\colon \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$, $F(X, Y) = (X, XY)$ geometriskt; vad är inversen? Bestäm $f^{-1}(C)$, där C är kurvan $V(X^p - Y^q)$, $p, q > 1$ relativt prima.

3. Reid 4.2, 4.3, 4.5, 4.7, 4.10, 4.11, 4.12.

Inlämningsuppgifter, att lämnas in 2006-03-06.

1. Reid 4.4.

2. Reid 4.9.

3. Betrakta verkan av $\mathbb{Z}_2 = \{\pm 1\}$ på $\mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}$, given genom $\varepsilon\colon (X, Y) \mapsto (-X, -Y)$. Låt $V = \mathbb{A}^2_{\mathbb{C}}/\mathbb{Z}_2$ vara kvoten. Definiera $\mathbb{C}[V]$ som $\mathbb{C}[X, Y]^{\mathbb{Z}_2}$, algebran av $\mathbb{Z}_2$-invarianta polynom, d v s $p(-X, -Y) = p(X, Y)$. Visa att V är en affin varietet enligt definition 4.6 (S 71). Ledning: hitta ett generatorsystem för algebran.