

rhundradets Matematik

Anders Karlqvist

Mar 1, 2004

En svensk bok om Hilberts Problem. En angenm verraskning. Vem skriver och till vilka vnder sig frfattaren? Frfattaren r Anders Karlqvist, kd ssom chef fr Polarforskningsinstitutet och med, frmodar man, en gammal krlek till matematiken. Syftet r att fr en bredare allmnhet, utan speciella frkunskaper, ge en introduktion till tjugonde rhundradets matematik, med Hilberts problem ssom utgnngspunkt. Problemet att ge en icke-matematisk skolad lsekrets en vetenskaplig frstelse fr mnet r, som frfattaren riktigt ppekar i introduktionen, s gott som omjligt. Man kan d undra vad ambitionen egentligen r? Att bekantgra lsaren med Hilbert och ngra andra stora matematiker fr att sprida dessa namn inom en strre krets? Att visa att matematik r ett aktivt och spnnande omrde, och inte bara har sitt berttigande i sina tillmpningar men ven som en kulturell freteelse? Att vcka nyfikenhet, framfr allt hos unga mnniskor, om matematiken ssom en vetenskap och en mjligen karrirvg?

Att popularisera matematiken r bde enklare och svrare n att popularisera andra vetenskaper. Det r enklare i den meningen att ven p elementr niv kan ngot av matematikens fascinerande vsen frmedlas, frutsatt att lsaren har det rta sinnelaget och r beredd att anstrnga sig. Men det r samtidigt svrare eftersom matematiken inte lter sig enbart beskrivas i orienterande ordalag och dess begrepp r i motsats till andra vetenskaper inte uppenbara och knda. En astronom, en fysiker, en kemist och en biolog kan alla peka p avancerade fenomen som folk har konfronterats med och vars definitioner och existenser knappast behver presenteras eller frklaras.

Men hur skall matematiken populariseras? Om man ger helt avkall p ambitionen att frmedla frstelse s har det gjorts framngsrikt, eller tminstone med bred uppskattning, man tnker drvidlag p Singhs bok om Fermats gta, som utan att ge ngon upplysning om lsningen till densamma dock kunnat frmedla illusionen om en sdan, samt, vilket inte r att frakta, fr en bred allmnhet lyckats levandegra varfr matematik r spnnande och varfr matematiker gnar sig t det med en sdan passion. Men tyvrr bestr populrvetenskap, speciellt i matematik av urvattning. Allt som r svrt tas bort, eller beskrives i grova frenklade termer med missvisande analogier, och resultatet blir en rappakalja lika obegriplig fr fackmannen ssom den oinvigde. Inte undra p att frfattandet av populrvetenskaplig litteratur setts ner p av aktiva vetenskapsmn. Dock s har vetenskapsmn i allmnhet och matematiker i synnerhet en plikt att s gra istillet fr att helt verlta fltet t klpare. Populrvetenskap kan bedrivas p mnga niver allt efter frutsttningar. P grund av den tilltagande specialiseringen s finner ju mnga av oss varande amatrer i andra matematiska specialiteter och det har drmed uppsttt en tradition av icke-specialiserade versikter svl skriftliga som muntligt framfrda. Mnga av dessa r frtrffliga och mnga framstende matematiker, man tnker kanske frst p Atiyah, har visat sig vara mycket skickliga i att ge spnnande om n ngot glttade frelsningar som gett hrarna illusionen om frstelse och verblick och drmed den tillfredstllelse och upp-peppning en sdan skapar. Om det gr att ge populra framstllningar p ganska hg niv, vore det d inte mjligen att ge dem p ngot lgre niv?

Nackdelen med att ta Hilberts problem som utgångspunkter för en lekmanöversikt är, som författaren inledningsvis mycket riktigt påpekar, dess ojämnhet. Vissa tillhör matematikens kärna, andra har visat sig vara blinda språk. Det är mycket möjligt, fastän om detta kan vi bara spekulera, att Hilbert inte hade någon större mening på att välja ut dem. Men på andra sidan ligger det i sakens natur att själva ambitionen att presentera problem att styra den framtida utvecklingen utgör en frimtenhet gränsande till det absurda och idag skulle ingen matematiker påtaga sig en sådan grandis uppgift. Så hade han tagit alltför allvarligt på sin uppgift hade det knappast blivit bättre snarare smärre. Hans ambition var väl helt enkelt att ställa några provocerande frågor av varierande svårighetsgrad utan illusioner om att dessa skulle ha något bestående inflytande. Men som författaren betonar, inflytande har de haft, ett inflytande som ingen vid tillfället hade kunnat ana. Kanske kan man tillskriva detta Hilberts fruktbara intuition, eller bara tillfälligheter.

Viss matematik är lättare att presentera för lekmannen än annan. Man tänker då oskyldigt på elementär talteori eller kombinatorik i dess fristrelse matematiska tappning. Men kanske trots allt den för lekmannen enklaste matematiken att presentera är matematikens grundvalar och hur dessa kan införlivas med matematiken och bli föremål för dess kalkyl. Jag tänker därmed på ondligheter, Cantors mängdlära, de inneboende paradoxerna, Gödels ofullständighetsbevis, Turingmaskiner, rekursiva mängder etc. Idéerna är enkla och kraftfulla och tillgängliga för den reflekterande lekmannen med det filosofiska sinnelaget. Och mycket riktigt när Karlqvist håller sig inom dessa domner, med vilken han troligen har en personlig förtrogenhet, är hans framställning någorlunda medryckande. Problemet är, vilket han väl inser, att en ensidig betoning på detta ger en synnerligen skev bild av matematiken. Matematiken är mycket mera än logik, ja logiken är ju bara en matematisk gren bland andra sedan den har tappat sin metafysiska mystik, och de logiska landvinningarna har haft mycket liten praktisk betydelse på matematiken, frutom kanske att betona att matematiken är ett organiskt växande väsen och dess frågeställningar kan inte genereras slumpmässigt och de allra flesta problem som kan formuleras är meningslösa. (Ett belysande exempel är ju allmänna diofantiska ekvationer).

Ingen matematiker kan numera behärska matematikens samtliga domner, och en mindre gäller detta den ivrige amatören. Tyvärr kan man inte frigöra sig från den elaka misstanken att Karlqvist för många av Hilberts problem helt enkelt har låst in sig på sekundära och populära framställningar och sedan i urvattnad form räbblat upp den lösa han lårt sig. Resultatet blir då otydligt och otydligt, som jag ovan befarat, rappakalja. (Jag har t.ex. ingen aning om vad han menar med Shimuras och Tanyiamas arbeten, jag vet vad detta innebrer i samband med Fermats sats, men det är mycket möjligt att han refererar till också något annat för honom och därmed väl för läsaren helt obegripligt.) Framställningen är behäftad med ett antal sakfel och grodor. Bland de mest oskyldiga är att han insisterar på att använda termen valaxiomet för den etablerade svenska termen urvalsaxiomet (han orkar inte vara konsistent drvidlag). Att påpeka att i de Gaussiska heltalen entydig primtalsfaktorisering inte gäller via exemplet $5 \times 2 = 10 = (3 + i)(3 - i)$ är en groda (ty vi vet ju alla att $5 = (2 + i)(2 - i)$ och $2 = (1 + i)(1 - i)$). Vidare ger han en härledning av Cardanos formler, men genom att hoppa över en massa led, blir härledningen helt förbryllande. Listan kan givetvis gränsas och man beklagar att frågan inte låt boken granskas av en matematiker av facket.

En allvarligare invändning är att trots allt så fruktstter författaren en hel del baskunskaper hos läsaren, som matriser, komplexa tal, ondliga serier. I många fall, utav utmattning

antar man, s hnvisar han till mera avancerade begrepp ssom differentierbara mngfalter. Med sdana frutsttningar hade frfattaren kunnat g mycket lngre, vara mycket mera precis. Samtidigt som han d ven tvlar om lsarens gunst med mera avancerade framstllningar. Ekvationer lr vara anatema inom populrvetenskap. Hawkins frlggare varnade honom fr att varje ekvation skulle halvera lsekretsen. Karlqvist dremot r inte rdd fr att presentera ekvationer, mnga antar man helt enkelt avskrivna. Nja det r inget fel med detta, ven om de knappast frklaras. Mycket av matematikens formler upplevs av allmheten som magi (vilket illustreras av de patetiska frsk som tecknare ofta gr genom att kludda ner en svart-tavla med allehanda rot-uttryck) och om ambitionen inte huvudsakligen r att frklara utan att frfra och frtjusa, undrar man inte varfr det inte skulle ha varit lmpigt att ta stegen fullt ut och presentera mera komplicerade formler. Sdant kan fascinera och vara betydligt mera upplysande n att ideligen hnvisa till den komplicerade matematiska verkligheten.

Hur skall d matematik populrt presenteras? Som sagt vad detta r inte ltt, och man vlkomnar varje serist frsk, om inte annat fr den provokation det kan innebära fr andra att frska vertrffa. Vad skall man undvika? Matematiken r inte ett frmmande sprk som bara behver versttas. Matematiska begrepp har, som jag inledningsvis betonade, oftast ingen vardaglig motsvarighet, och frsken att finna vardagliga 'versttningar' blir bara missledande och frvirrande. Populrvetenskap kan inte fungera genom frenkling och urvattning, att via en teknisk matematisk text skala av teknikaliterna. Den mste brja underifrån, genom att frfattaren terigen ser matematiken med oskuldsfulla gon. Detta frutstter att frfattaren r vl frtrogen med sitt mne, och frfattandet av den populrvetenskapliga texten blir helt enkelt ett nytt och skapande stt att terigen se den verklighet med vilken han r frtrogen. En sdan text behver inte vara lttfattlig, den kan innehålla subtila resonemeng, och komma in p omrden som gr lsaren verhuvud. Detta r dock inte en katastrof, det r oundvikligt, och en text skall spnna ver ett brett spektrum. Men genom att befria sig frn en yrkesmssig slentrian kan frfattaren genom sin entusiasm smitta lsaren med densamma.

Detta r egentligen inget nytt. Mnga av 1800-talets stora banbrytande vetenskapsmnn skrev fr den bildade och intelligente lekmannen. Man tnker drvidlag p Darwins arbeten eller n mera p hans vapendragere Huxley. De var drvid del av en frnmlig tradition som verkade lngt in p 1900-talet. Men ngonstans p vgen torkade den ut. Kan det ha varit den bildade, intelligente lekmannen som helt enkelt frsvann? Utan en specifik mlgrupp s havererar varje frsk till popularisering. Mitt rd r att matematikern skall skriva till 'barnet inom sig'.

Mar 2, 2004 **Ulf Persson:** *Prof.em, Chalmers U.of Tech., Göteborg Sweden* ulfp@chalmers.se