

Mot noll

Matematiska fantasier strax intill det kungliga rummet

L.Gustafsson

April 7, 2011

Det kungliga rummet r Oscar II's, och de matematiska fantasierna r inte speciellt framtrdande, vad som genomsyrar boken r snarare filosofiska reflektioner n matematiska piruetter. Lars Gustafsson r ingen matematiker av facket, ngot som knappast behver ppekas. Intet frvnande r frfattarens grepp om matematisk nomenklatur och i viss fall ven begrepp ngot skakiga. Och en matematiker har en ltt uppgift att avslja frfattarens matematiska okunnighet. Nej man frvntar sig knappast att Gustafsson skall klara en ordnr tenta. Men spelar detta egentligen ngon roll? Boken r litterr och inte populrvetenskaplig, ven om anslaget stundom r smtt didaktiskt. I mnga fall r det matematiska inslaget s vagt att det tillter ett otal tolkningar inklusive de korrekta, i andra fall kan misstagen ha en viss charm, fr att inte sga uttrycka en poetisk sanning, dock stundom upplevs de som rena skrivfel och en viss korrekturlsnng skulle knappast ha varit av ondo¹. Att vara poet behver inte betyda att man mste vara vag och smtt frvirrad, den tyske poeten Hans Magnus Enzensberger har skrivit inte bara uppskattande utan ven upplysande om matematiken. Gustafsson skriver alltid uppskattande om matematiken, och fr detta frtjnar han vr uppmuntran och inte vrt hn. Den obesvarade krleken r krlek den ocks, och ofta mera genuin och brinnande n den besvarade, avtvdd som den r sitt egenintresse. Och framfr allt matematiker br kunna inse och uppskatta att matematiken kan nrmas frn mnga utngspunkter, och att matematik ocks r kultur, och att detta inte bara utgr en festlig dekoration utan gr rakt in i dess djupaste vsen. Matematiska giganter som Gauss och Riemann tillhr inte bara matematiken och matematikerna utan det gemensamma kulturarvet, och alla frsk att lansera dem i detta strre sammanhang br applderas.

Vad handlar boken om? Vad fr slags bok r det egentligen? Definitivt inte en berttelse, varken populrvetenskaplig eller novellartad. Ej heller en diktbok, ven om bokens omfng och typografi leder tankarna t detta hll. De korta kapitelavsnitten r sjlvstndiga men samtidigt vagt sammanftade med varandra. De utgr inte esser, ty de r inte resonerande, tminstone inte i ngon systematisk mening, de driver inga teser, presenterar inga argumentkedjor; snarare utgr de en slags lyrisk prosa. Tankereflektioner utan tyngd, och detta r menat som en komplimang och inte kritik, som ltta och skira stiger mot himlen fr att lsas upp och frsvinna, som tankar plgar gra, speciellt de djupa som berr livets mysterier.

¹ Att referera till energin som mv^2 r ju helt fel. Vad fr energi? Det m vara den kinetiska $mv^2/2$ som spkar. Ekvivalensen mellan materia och energi och kanske den mest bermda formeln ngonsin mc^2 r en helt annan sak. Detta r ett exempel p 'skrivfel' som p intet stt tillfr texten ngot, definitivt inte matematiskt och inte ens litterrt En korrekturlsande vn hade varit en tillgng. En liknande invndning kan gras mot referensen Alexander Humboldt, nr det uppenbarligen r brodern Wilhelm som syftas. Frvirringen r dock frlrig, jag har sjlv varit offer fr den.

Det hela inleds med ett besök på kung Oscar II's arbetsrum. Oscar II spelar en högst tillfällig roll i sammanhanget, och kommer snart att läsas upp han också och filmas. Pongen är att rummet som sådant är avskärmat från beskaren medelst ett hängande rep. Detta är brukligt i museisammanhang, och repet tjänar, som författaren pekar, som en markering likt ett situationstecken. Detta är inte det riktiga arbetsrummet, det är en kopia av det, som i motsats till andra kopior (som Lyndon Johnson's Oval Office i Texas, eller Gerald Ford's i Michigan) sammanfaller med sitt original. Kan något vara en kopia av sig själv? Gustafsson får in det matematiska begreppet 'isomorfism'. Visst kan det vara berättigt, men författaren missar något av pongen med isomorfism-begreppet inom matematiken. Isomorfa objekt är inte identiska, i själva verket kan deras reinkarnationer skilja sig ganska väsentligt åt. Vad isomorfin gör är att formulera den djupare underliggande identiteten. Det är just isomorfibegreppet som klargör den matematiska Platonismens natur. Den vulgra uppfattning är att i Platons himmel vistas ideal prototyper för matematiska begrepp som t.ex. linjerna utan bredd som spikraka utsträcker sig i bägge riktningarna. Den grundläggande idén bakom isomorfa reifikationerna är inte att välja ut en bland många, utan peka på underliggande identiteter som inte kan frkttsligas². Vi ger alla våra privata föreställningsvärldar bestående av qualia, som är specifika för vart och ens medvetande, men som inte kan jämföras med andras. Min qualia bestående av min uppfattning av frögen röd, för att ta ett standard exempel inom filosofin, kan inte direkt jämföras med din qualia. Sdana jämförelser har ingen mening. Dock våra qualia strukturer är till en stor del isomorfa, det är det som möjliggör kommunikation och ett gemensamt delande av intryck och erfarenheter. Vad vi delar och kommunicerar är inte intrycken som sådana, utan de mera abstrakta relationerna som gäller mellan dem.

Vidare vad är relationen mellan kopia och original. För att tåga till det kungliga arbetsrummet. På ena sidan hade vi rummet som det användes av Oscar II. Där var det ett riktigt arbetsrum. På andra sidan rummet som ett utställningsbegrepp. Även om det fysiskt må vara så identiskt som det någonsin gör med det ursprungliga rummet föreligger en väsentlig skillnad. Som Gustafsson uttrycker det. Rummet har satts inom 'situationstecken'. Liksom ett ord som citeras i en text, betraktas det inte längre som en symbol för något, utan ordet själv blir detta något som kan symboliseras. Jag skulle vilja uttrycka det som om ordet blir till ett kollage. Ett ting ute i världen som klistras in i en mening. Oscars arbetsrum kan även ses i ett annat perspektiv, såsom ett ting i det frflyttade som placerats in i det nuvarande. Men en sådan translation är en omöjlighet, påminner oss den engelske historikern och filosofen R.G.Collingwood. Historia är att rekonstruera det förflutna i nutiden, inte att frflytta det. Vad vi får är obönhörligen något helt annorlunda. Det kommer att sakna många ursprungliga aspekterna men också tillföra nya. Som nostalgi. Om detta skriver inte Gustafsson. Kanske han kunde ha gjort det. Men vitsen med en text är ju att stimulera läsaren att spinna vidare. På så sätt förhåller sig en recensens till en bok, den utgör inget referat, ingen innehållsförteckning.

Tiden är tidlös. Det eleganta tricket för en matematiker att göra en funktion tidlös är att införa tiden som en variabel³. Tiden såsom begrepp har alltid fascinerat. Författaren är inget undantag. Hur mäter tiden? Och är den fysiska objektiva tiden skild från den subjektiva,

² Oskott tänker man på kardinalitet, som inte representeras av specifika objekt med fem element, sådana objekt blir lätt krystade, utan på begreppet bijektion

³ Detta är skenbart paradoxalt. Men variationen av tiden, beror inte på tiden så att säga

intuitiva? Bergson r ett namn som man inte kan undg att 'droppa'. Liksom relativitetsteorin som i vulgr mening har problematiserat objektiviteten, fastn den i sjlva verket gr motsatsen⁴. Gustafsson spekulerar i varfr tiden har en riktning, varfr vi endast kan frdas framt i tiden och inte bakt. Detta gr ju ven mtning av tiden till ett problem, eftersom vi till skillnad frn vra rumsmttstockar inte kan fra vra tidsmttstockar med oss⁵. Hur vore det om vi bara kunde rra oss i en viss riktning? Finna oss i ett fritt fall, som Gustafsson uttrycker det. Standardfrklaringar hnvisar till orsak och verkan, eller entropins stndiga kning. Eftersom den senare frklaringen r betydligt mindre intuitiv r den oftast den mest fascinerande och refererade.

Sannolikhet, med avstamp frn Aristoteles diskuteras. Det osannolika r inte omjligt, bara osannolikt vad det nu menas med detta. Kan man verhuvtaget tala om sannolikhet fr enstaka individer och hndelser? r det inte lite grand som entropi, m lsaren invnda, ngot som ligger i betraktarens gon, ty varje sannolikhetsberkning frutstter ett strre samband, en strre population. Och namn som Descartes (han menar vl Fermat) och Pascal drop-pas, liksom den sentida logiske positivisten Carnap. En hndelse ter sig bara oundviklig i retrospekt. Det r efter ett *fait a complit* vi konstuerar fram en logisk och frklarande berttelse. Var franska revolutionen verkligen oundviklig? Vad hade hnt om inte vdret hade varit katastrofalt 1788 och drivit upp brdpriserna. Att stlla sdana frgor r att stlla kontrafaktuella. Att ltsas om att ett *fait a complit* inte hade intrffat. Sdana frgor har av uppenbara skl inga specifika svar. Det enda vi kan sga r att hade det inte hnt, s hade det inte hnt, och saker och ting hade sett annorlunda ut. Sjlv charmen med att stlla sdana frgor r att kunna jmfra tv olika frlopp. Men historien har bara ett frlopp⁶.

Vad r det som existerar? Denna ontologiska frga har bde plgat och stimulerat filosofer under sekler. Om Gud r det perfekta vsendet m denne existera, ty existens r en aspekt av perfektion⁷. Men existens r inget attribut. Russell i sin atomra filosofi frn Frsta Vrldskriget⁸ frsker bringa reda i sprkets frfrande frvillelser. Ett objekt har inte existensen ssom attribut, ty innan vi ens kan tala om objektet mste det existera. Ett objekt symboliseras av ett namn (oftast av typen 'detta') och att frevisa objektet innebr existens. Hrvidlag menar Russell, och Gustafsson gr ett referat av hans tankegnar, att det freligger en sammanblandning mellan en beskrivning och ett egennamn. En beskrivning behver inte vara uppfyllt. Att fylla upp med ett objekt innebr pvisande av existens. Men existensen ref-

⁴ Einstein lr frn brjan ha velat kalla sin teori fr invariantteori, eftersom den bygger p det fundamentala faktumet att ljusets hastighet r oberoende av referenssystem. Han vertalades att anvnda en 'sexigare' terminologi, som drmed fick ett genomslag lngt utanfr matematikens och fysikens domner.

⁵ Lsningen r, som jag ppekar i min lilla skrift i NFRs rsbok frn 2000, att betrakta periodiska fenomen.

⁶ Sg att Hitler inte hade kommit till makten in januari 1933. Att han kom till makten berodde p ett antal osannolika omstndigheter, som fr nstan alla hndelser. Sg att istllet A. hade kommit till makten och att detta hade medfrt olycka. Inte en olycka av den digniteten som Hitler och hans visioner ytterst orsakade, men en olycka i vilket fall som helst. Skulle vi inte kunna frestlla oss en kontrafaktuell spekulaton i denna kontrafaktuella situation? Tnk om istllet H. hade kommit till makten. Denna nolla hade vi ltt kunnat kontrollera och d hade vi sluppit denna olycka. S sant som det r sagt.

⁷ Gr tanke experimentet om den perfekta maken eller maken. Denne blir n mera perfekt om den r gift med mig.

⁸ Nyligen nypublicerad av Routledge, med titeln 'Philosophy of Logical Atomism'.

ererar inte till objektet utan till beskrivningen. Objektet r bara ett faktum i vrlden som pvisar att beskrivningen inte r tom. Det finns inga runda trianglar, ty det r en beskrivning som inte uppfylles av ngonting. Fanns Jesus? Om 'Jesus' r ett egennamn pekar det till ett objekt i sinnevrliden, som drmed automatiskt finns. Satsen har egentligen ingen mening, svida man inte tnker sig Jesus som en beskrivning. D finns det ett antal alternativa beskrivningar att tillg. Somliga ger intressantare frgor n andra⁹. Frgan om existens r i hgsta grad existentiell och anknyter till dden. Att sga 'Jag r dd' har ingen mening, ty 'jag' finns inte lngre¹⁰. Om den stackars Riemann p sitt yttersta nere i Italien tervnder vi till i bokens sista avsnitt. Riemann nnu ej fyllda fyrtyo upphver sin sista hostning under ett trd vid Lago Maggiore. Han som frlnat vrlden s mycket, skulle aldrig sjlv f veta att Poincare och Einstein skulle finnas, och snart ens ej veta att han sjlv funnits. Detta kanske r den mest skrmmande aspekten av dden. Ty vad kan vara mera skrmmande n att uppleva detta, och mera sjlvmotsgande?

Sjlvreferensen och sjlvmotsgandet. Drmmaren som drmmar sig sjlv. Eller fr att skruva upp det hela. Drmmaren som drmmar en drmmare, och istillet fr att fortstta i det ondliga lta cirkeln slutas. r vi bara individer i ngons drmm, som i sin tur r individer i andras drmmar. *ad infinitum*. Den ondliga regressionen. Hur mnnga knner nu till att Hjalmar Sderberg skrev en liten historiet p just detta tema - 'Drmmen om ondligheten'? Oundvikliga referenser till Borges, Cervantes och Lewis Carroll, den individ kanske som mer n ngon annan kombinerade litterr begvning med matematisk, lt vara att den senare var underlgsen den frra, men nd genomsyrade den p ett stt frutom vilken den frra inte skulle ha existerat.

r vi ensamma i universum? Allehanda statistiska uppskattningar kan gras, men sdana br alltid tas med flera nvar salt. Personligen tror jag att uppkomsten av liv r en sdan tillfllighet att vi inte kan frvnta oss att den duplicerats ngon annanstans. Det m finnas miljarder galaxer, och miljarder solsystem i varje galax. Talen r astronomiska, men astronomiska tal r inte speciellt stora. Man kan sga att de r av frsta ordningen. Antalet nollor r hanterbart. Men det finns ven tal av andra ordningen, dr antalet nollor r astronomiskt. Borges lilla historia om den babelska biblioteket frkroppsligar ett sdant tal. Gustafsson r mindre pessimistisk (huruvida hoppet om existens av andra liv skall anses vara ett mtt av optimism frbryllar mig, har innebrden verkligen genomtnkts?) men antyder att vad som kommer skilja civilisationer frn varandra r inte s mycket avstnd ssom tid. Civilisationer existerar bara under ett gonblick i det kosmiska tidsperspektivet¹¹, sannolikheten att tv skall uppst samtidigt r mycket liten. Sedan finns det en massa andra aspekter som frfattaren inte alls berr. Kommunikation fr att ta ett uppenbart exempel.

Jo det finns mera matematik n vad jag har refererat till. Kleinflaskan nmns och till och med avbilas. Liksom de fem Platonska kropparna och dess generaliseringar till hg

⁹ Beskriver vi Jesus som mannen som korsfstes och teruppstod p den tredje dagen och upptogs i sinom tid till himmelen, blir frgan automatiskt ointressant fr icke-troende. Dremot om vi beskriver honom som en historisk person omtalad i vissa kllor och till vilken vi vill koppla ett antal icke-mirakulsa grningar, blir det genast intressantare

¹⁰ Som Wittgenstein ppekar. Den egna dden ingr inte i ens sjlvbiografi.

¹¹ Det r dock intressant att notera att vi har anammat en betydligt mindre del av kosmos rumsliga utstrckning n dess tidsliga.

dimensioner. Detta r helt korrekt. Att tro att Descartes skulle ha anledning att frukta inkquisitionen likt en Galileo fr sina observationer om vad som senare skulle kallas Euler karaktristiken, finner jag lite lngskt. Men lt g. Den poetiska licensen krver utrymme. Men hnvisingarna till konvergens r ngot ondigt frvirrade¹², dock Leibniz vision om en Gud som kan addera samtliga termer i en ondlig serie har sin onekliga pong. Kan man bara addera ett ndligt antal termer i en ondlig serie kan man aldrig avgra om den divergerar eller inte. En sdan hypotes r i Poppersk mening icke falsifierbar. Men i vilken mening kan en ndlig mnnska nd i vissa fall avgra det? Fr en arbetande matematiker ter sig frgan mycket naiv, om det r ngonting matematikern r expert p s r det att manipulera ondligheten. Han gr det dagligen och sknker denna bedrift aldrig ngon tanke. Men hur, undrar den ldrige matematikern Philip Davis¹³, kan vi beskriva ondligheten i ndliga termer. r det inte bara ngon slags formalitet, ett billigt trick, en chimr? Den matematiska filosofin gr utver matematiken. Inte s att den trnger djupare eller r mera subtil, den r bara inte en del av matematiken. Man kan inte bevisa den matematiska Platonismens riktighet. Detta r en trosfrga, liksom existensen av en yttre oberoende verklighet och det mnnskliga frnuftets kraft. Kan litteratur och matematik frenas? Kan vissa aspekter av matematiken bst beskrivas i litterra termer. Gustafsson m ej ha lyckats, dock hans frsk m likvl stimulera och inspirera. Och vad mera kan man begra av en bok?

April 7, 2011 **Ulf Persson:** *Prof.em, Chalmers U.of Tech., Göteborg Sweden* ulfp@chalmers.se

¹² Ngot gr mot noll, men vad d? Konvergenta serier kallas konvergenta funktioner. Petitesseer visserligen i sammanhanget, men dock s undvikliga.

¹³ Numeriker frn Providence. Frfattare till 'the lore of large numbers' som utkom i svensk versttning ('De stora talens vrlld') i Prisma p 60-talet. Personlig kommunikation.