

## Differensapproximationer

Vi skall approximera derivator  $u'(x)$ ,  $u''(x)$ ,  $\dots$ , genom att använda funktionsvärden i närheten av  $x$ . Precis som vid definitionen av derivator använder vi differenskvoter. Då lät vi  $h \rightarrow 0$ , nu kommer vi ta  $h$  som ett litet positivt tal.

Vi kan approximera derivatan  $u'(x)$  med *framåt-* och *bakåtdifferenskvoterna*

$$u'(x) \approx \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \quad \text{och} \quad u'(x) \approx \frac{u(x) - u(x-h)}{h}$$

Låter vi  $h \rightarrow 0$  så får vi derivatan  $u'(x)$ . Tar vi  $h$  som ett litet positivt tal så får vi en approximation av derivatan. Felet i approximationen halveras om vi halverar  $h$ .

Med en *centraldifferenskvot*

$$u'(x) \approx \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}$$

får vi en noggrannare approximation av derivatan  $u'(x)$ . Felet i approximationen delas med fyra om vi halverar  $h$ .

Vi kan approximera  $u''(x)$  med en *centraldifferenskvot* för andraderivatan

$$u''(x) \approx \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}$$

och även här gäller att felet delas med fyra om vi halverar  $h$ .

På motsvarande sätt kan vi approximera derivator av ännu högre ordning.

Differensapproximationer av partiella derivator får vi genom att bilda differenskvoter i repektive variabel. T.ex.  $u'_x(x, t)$  kan approximeras av *framåt-*, *bakåt-* och *centraldifferenskvoterna*

$$u'_x(x, t) \approx \frac{u(x+h, t) - u(x, t)}{h}, \quad u'_x(x, t) \approx \frac{u(x, t) - u(x-h, t)}{h}$$

$$u'_x(x, t) \approx \frac{u(x+h, t) - u(x-h, t)}{2h}$$

där  $h$  som ett litet positivt tal.

För andraderivatan  $u''_{xx}(x, t)$  använder vi centraldifferenskvoten

$$u''_{xx}(x, t) \approx \frac{u(x+h, t) - 2u(x, t) + u(x-h, t)}{h^2}$$

där  $h$  ett litet positivt tal.

När vi löser värmeledningsproblemet använder vi centraldifferenskvoterna som approximation av derivatorna  $u''(x)$  och  $u''_{xx}(x, t)$ .