Matriser, tabeller och ekvationssystem

Ibland vill vi behandla en tabell som en matris. Som exempel tar vi: Värmeförlusten hos den som vistas i kyla beror inte enbart på temperaturen, utan även på hur mycket det blåser. Tabellen visar vilken *effektiv temperatur* det blir vid olika temperaturer T (°C) och vindhastigheter v (m/s).

v \ T	10	6	0	-6	-10	-16	-26	-30	-36
2	9	5	-2	-9	-14	-21	-33	-37	-44
6	7	2	-5	-13	-18	-26	-38	-44	-51
10	6	1	-7	-15	-20	-28	-41	-47	-55
14	6	0	-8	-16	-22	-30	-44	-49	-57
18	5	-1	-9	-17	-23	-31	-45	-51	-59

Om vi ville göra något med dessa data i MATLAB så skulle vi lagra temperaturer och vindhastigheter i rad- eller kolonnvektorer och effektiva temperaturerna i en matris.

På datafilen `vindavkylning.mat` som kan hämtas från materialsidan har vi lagrat vektorer `v` och `T` samt matrisen `ET` med dessa data. Vi kan läsa in data i MATLAB med kommandot `load vindavkylning` om vi hämtat filen och placerat den i aktuell katalog.

Vill vi sedan t.ex. rita upp effektiv temperaturer för vindhastigheten $v = 10$ m/s så skall vi se på tredje raden i `ET`, eftersom $v = 10$ finns på tredje platsen i `v`. Grafen ritar vi sedan med `plot(T,ET(3,:))`.

I matematikkursen till våren kommer vi se på linjär algebra och då kommer vi använda matriser och vektorer. Linjära ekvationssystem kommer vi skriva på matrisform. Som exempel tar vi: Ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 20 \\ 7x_1 + 8x_2 = 43 \end{cases}$$

skrivs på matrisform

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 20 \\ 43 \end{bmatrix}$$

dvs.

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad \text{med } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 16 \\ 20 \\ 43 \end{bmatrix}$$

Vi kommer lära oss en teknik att räkna fram lösningen till ekvationssystemet för hand och vi kan även beräkna lösningen med MATLAB.

För att lösa med MATLAB bildar vi matrisen $\mathbf{A}$ och vektorn $\mathbf{b}$ med

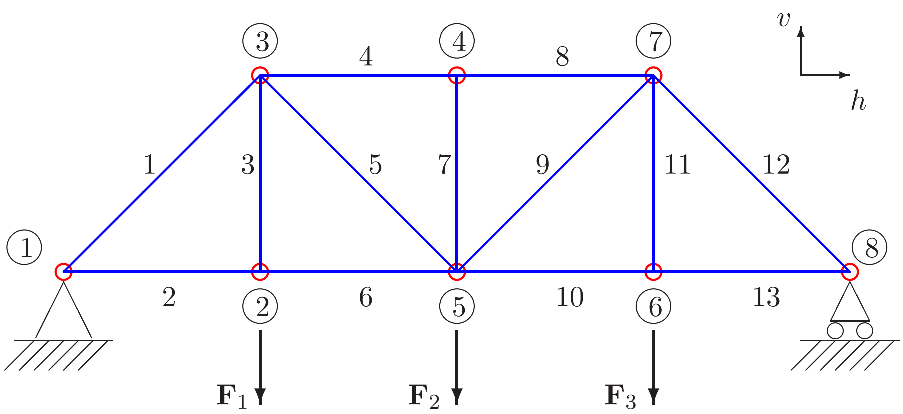
```
>> A=[1 2 3;3 2 1;7 8 0]
A =
     1     2     3
     3     2     1
     7     8     0

>> b=[16;20;43]
b =
    16
    20
    43
```

Sedan beräknar vi lösningen till $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ med

```
>> x=A\b
x =
    5
    1
    3
```

Sätt gärna in $x_1 = 5, x_2 = 1$ och $x_3 = 3$ i det ursprungliga ekvationssystemet för att se om de tre ekvationerna är uppfyllda.

Som exempel på ett lite större ekvationssystem tar vi: *Fackverk* – Krafterna i de olika grenarna av det *statiskt bestämda* fackverket i figuren nedan skall bestämmas då angivna yttre krafter är anbringade.



Genom att ansätta kraftjämvikt i horisontal- och vertikalled i knutpunkterna får vi ett linjärt ekvationssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ för de sökta krafterna i fackverkets grenar.

Beroende på om vi använder s.k. friläggning eller inte blir matrisen $\mathbf{A}$ av typen 13×13 eller 16×16, vi har alltså 13 eller 16 obekanta. Här kommer vi nog inte orka räkna för hand utan kommer gärna ta MATLAB till hjälp. (Fackverksproblem kommer ni stöta på i vårens kurs i mekanik.)