

LMA017, Föreläsning 1, 29/8

den 22 augusti 2016 11:34

Föreläsningar, tis, tor och fre, 10:15-12:00 (mån 25/9, kl 15:15, inte fre 6/10)

Richard Lärkäng, larkang@chalmers.se

Övningar:

- tis 13:15-15:00 och tor 8:15-10:00
Efternamn A-L, Svea 226 (Richard Lärkäng)
Efternamn M-Ö, andra salen (John Bondestam Malmberg)
- ons 10:15-12:00 och tor 15:15-17:00
(John Bondestam Malmberg)
(Obs: imorgon, 30/8, 15:15-17)

Kan välja när som passar med schema.

Program:

Hemsida: Google: LMA017 1718 eller Ping Pong

Föreläsningsprogram & föreläsningssanteckningar, rekommenderade övningar, kurskrav för tentan

Kurslitteratur:

Stewart, Calculus, 7th ed
(som i tidigare matematikkurser)
kap 13-16

Examination:

Tenta 23/10, 50p, 20 p - 3:a, 30p - 4:a, 40 p - 5:a

Obs! Från och med detta läsår, om inte anmäld, får inte skriva tentan även om finns plats.

Detaljerad lista på kursmål på hemsidan

Duggor Maple TA

3 st, 1 bonuspoäng/dugga

- Dugga 1: torsdag 7/9 13:00 – måndag 18/9 18:00.
- Dugga 2: torsdag 21/9 13:00 – måndag 2/10 18:00.
- Dugga 3: torsdag 5/10 13:00 – fredag 20/10 18:00.

Studentrepresentanter:

Muhamad Ammara, ammaram (TIELL)
Hampus Arnell, arnellh (TIMAL)
Josef Essafi, essafi (TIEPL)
Pontus Karlsson, ponkarl (TIMAL)
Lukas Rahmn, rahmn (TKDAT)

Möten tis, kl 12, lv2,lv5 och efter avslutad kurs.

Mattesupport:

Biblioteket

- Lindholmen, tis 15:30-17:30
- Johanneberg, ons, tor 17:00-19:00

Inledning

Exempel på frågor som kursen går igenom hur man löser:

- 1) Om man har funktionen, $f(x,y) = e^{x-2y} \cdot (x^2+y^2)$
vad är dess största och minsta värde då $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$?
- 2) Vad är volymen av området som ligger innanför cylindern $x^2+y^2 \leq 1$ och mellan ytorna $z=0$ och $z=1-x^2-y^2$?
- 3) Om temperaturen på varje punkt på jordytan är given, vad är medeltemperaturen?
- 4) Om vatten strömmar genom en bassäng och dess hastighet är given, hur mycket vatten passerar en viss yta?

I envariabelkursen funktioner

Naturligt studera mer allmänna funktioner

För allmänt, viktiga specialfall:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$g: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad m, n \geq 1$$

$$\bullet f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad n=2,3 \text{ idag och något lv 3}$$

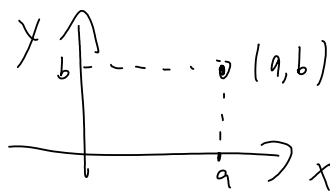
$$\bullet f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}, \quad m=2,3 \text{ huvuddelen lv1-lv5}$$

$$\bullet f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad n=2,3 \text{ lv5-lv7}$$

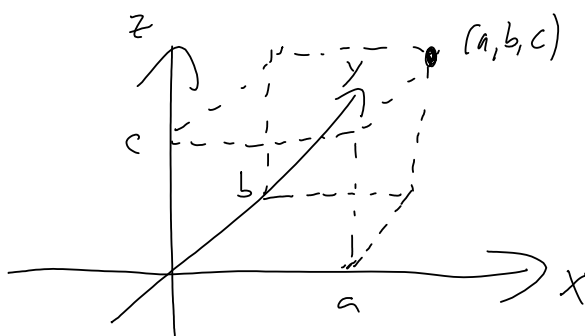
Kurvor i rummet och planet 13.1

Punkter i

- planet $\mathbb{R}^2$ beskrivs med två koordinater,
oftast (x, y)



- rummet $\mathbb{R}^3$ beskrivs med tre koordinater,
oftast (x, y, z)



Def En kurva C i planet eller rummet
är alla punkter

$$\text{eller } \mathbf{r}(t) = (x(t), y(t)) \text{ i } \mathbb{R}^2$$

$$\text{el } \mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \text{ i } \mathbb{R}^3$$

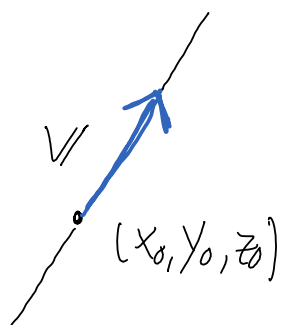
där t löper genom något intervall.

$\mathbf{r}(t)$ är en vektorvärd funktion (dvs dess värden är vektorer, och $\mathbf{r}(t)$ kallas en parametrisering av kurvan och $x(t)$, $y(t)$ och $z(t)$ komponentfunktioner

Ex a) En rät linje genom en punkt (x_0, y_0, z_0)
med riktningsvektor $\mathbf{V} = (v_1, v_2, v_3)$ kan

är en kurva som kan parametreras av

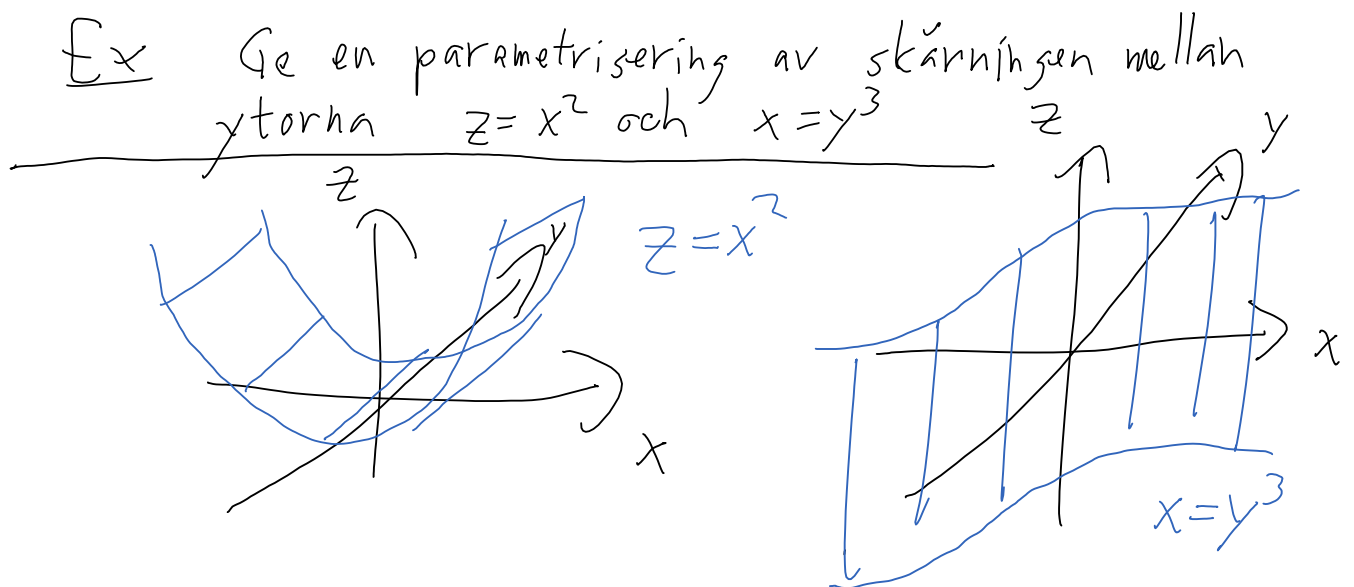
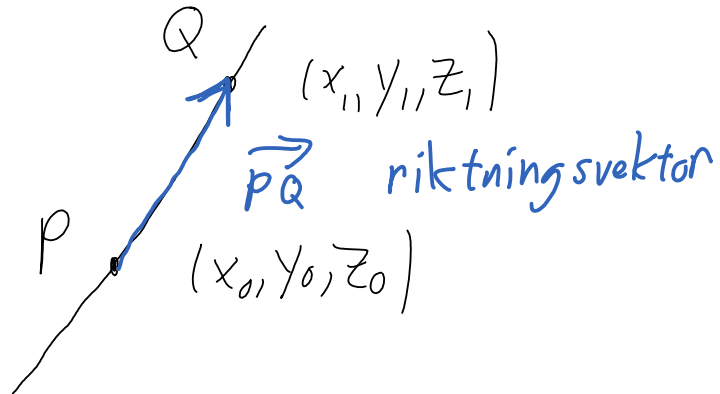
$$\mathbf{r}(t) = (x_0 + tv_1, y_0 + tv_2, z_0 + tv_3)$$



(Om byter ut $\mathbf{V}$ mot $-\mathbf{V}$ eller $2\mathbf{V}$, får
samma kurva men annan parametrisering.)

b) Den rätta linjen genom $P = (x_0, y_0, z_0)$ och $Q = (x_1, y_1, z_1)$ kan parametreras av:

$$\mathbf{r}(t) = P + t \overrightarrow{PQ} = (x_0 + t(x_1 - x_0), y_0 + t(y_1 - y_0), z_0 + t(z_1 - z_0))$$



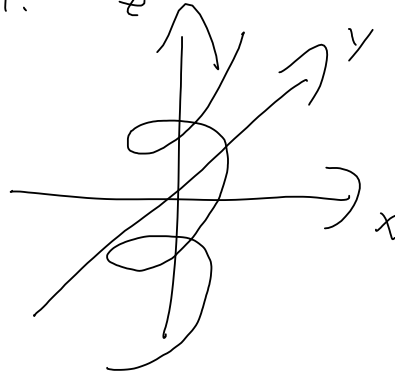
På skärningen, har $z = x^2 = (y^3)^2 = y^6$,
 så: $x = y^3$ och $z = y^6$,

dvs x och z bestäms av y , så kurvan
 ges av (y^3, y, y^6) , $y \in \mathbb{R}$.

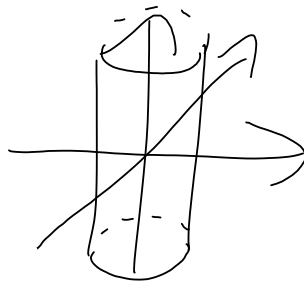
Kan införa parameter t : $\mathbf{r}(t) = (t^3, t, t^6)$.

Ex Skissa kurvan $r(t) = (\sin t, \cos t, t)$

När t ökar så ökar z linjärt och x, y går längs enhetscirkeln med konstant fart.
Får en spiral: z



som ligger på cylindern $x^2 + y^2 = 1$
eftersom $x(t)^2 + y(t)^2 = \cos^2 t + \sin^2 t = 1$.



Om $r(t)$ def. för t nära t_0 , så ges
gränsvärdet av $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$ när t går
mot t_0 av

$$\lim_{t \rightarrow t_0} r(t) = \left(\lim_{t \rightarrow t_0} x(t), \lim_{t \rightarrow t_0} y(t), \lim_{t \rightarrow t_0} z(t) \right)$$

om alla gränsv. i högerledet existerar.

(Behövs för följande begrepp:)

Derivator av vektorvärda funktioner och tangentlinjer 13.2

Def Derivatan av $\mathbf{r}(t)$ ges av

$$\mathbf{r}'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t+h) - \mathbf{r}(t)}{h}$$

om gränsvärdet existerar.

Om man skriver det i komponenter, $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ och antar att $x(t), y(t), z(t)$ deriverbara får man:

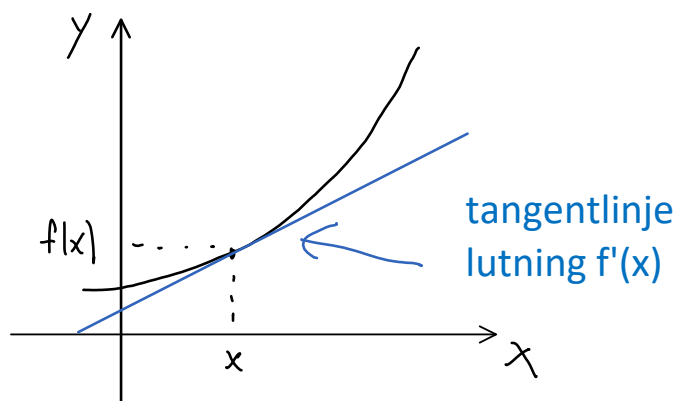
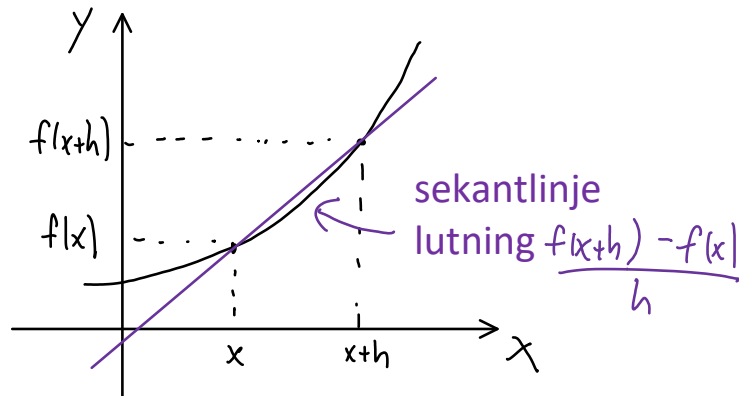
$$\begin{aligned} \mathbf{r}'(t) &= \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{z(t+h) - z(t)}{h} \right) = \\ &= (x'(t), y'(t), z'(t)) \end{aligned}$$

Ex Låt $\mathbf{r}(t) = (3t, \sin(\pi t), \sqrt{t})$.
Beräkna $\mathbf{r}'(t)$

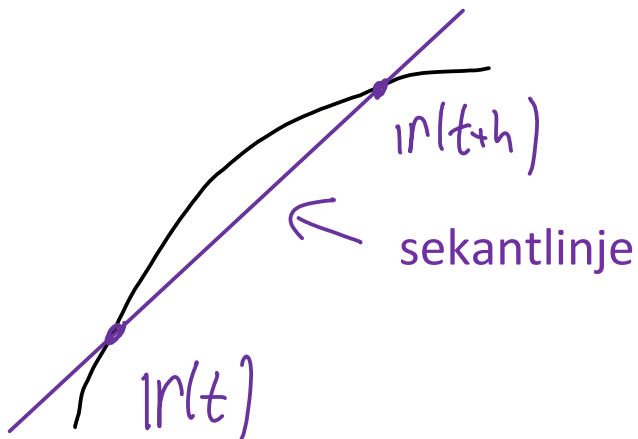
$$\begin{aligned} \mathbf{r}'(t) &= \left(\frac{d}{dt} (3t), \frac{d}{dt} (\sin(\pi t)), \frac{d}{dt} (\sqrt{t}) \right) = \\ &= \left(3, \cos(\pi t) \cdot \pi, \frac{1}{2\sqrt{t}} \right). \end{aligned}$$

Geometrisk innebörd av $f'(t)$

Påminnelse: Derivatans är lutningen av tangentlinjen vars lutning är gränsvärdet av lutningen av sekantlinjer



Kan göra motsvarande med sekantlinjen mellan $r(t)$ och $r(t+h)$

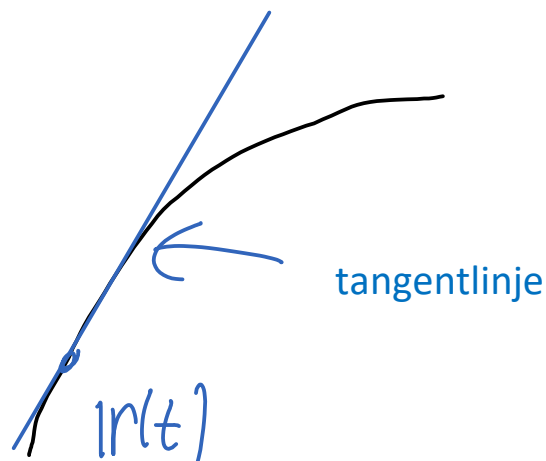
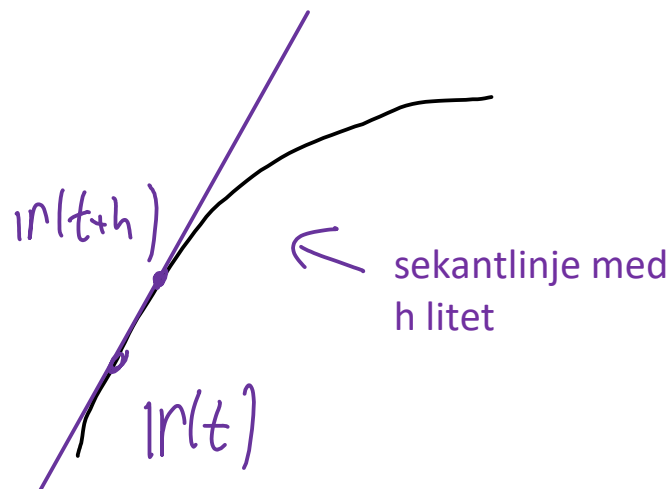


riktningsvektor $r(t+h) - r(t)$

eller
$$\frac{r(t+h) - r(t)}{h}$$

(multiplar av riktningsvektor till linje ger samma linje)

Om låter $h \rightarrow 0$, får riktningsvektor $r'(t)$ som är gränsvärdet av riktningsvektorer för sekantlinjerna.

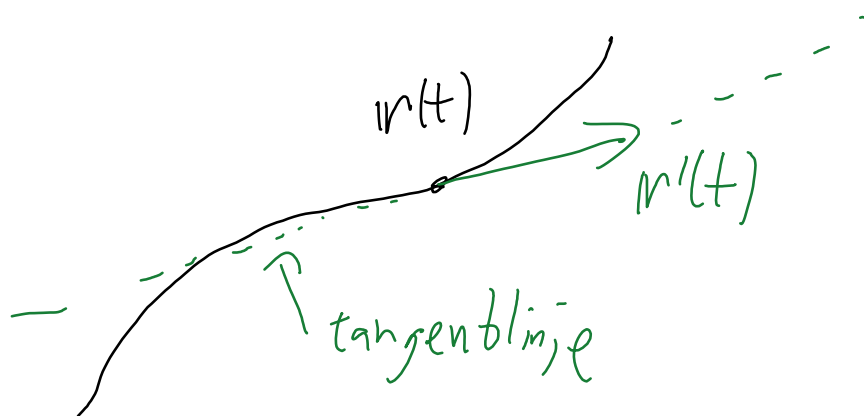


Därför gör man följande definition

Det vektorn $r'(t)$ kallas tangentvektorn till $r(t)$ och linjen som går genom $r(t)$ med riktning vektor $r'(t)$ kallas tangentlinjen till r i punkten $P=r(t)$

Tangentlinjen ges av

$$L(s) = r(t) + s r'(t)$$



Ex Bestäm tangentlinjen till
 $r(t) = (3t, \sin(\pi t), \sqrt{t})$
i $P = r(1) = (3, 0, 1)$

Tangentvektor $r'(t) = (3, \pi \cos(\pi t), \frac{1}{2\sqrt{t}})$
 $r'(1) = (3, -\pi, \frac{1}{2})$

Tangentlinje $L(s) = (3, 0, 1) + s(3, -\pi, \frac{1}{2})$

Komponenter vs. variabler

$f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ funktion

$$f = (f_1(x_1, \dots, x_m), \dots, f_n(x_1, \dots, x_m))$$

n komponenter,
 m variabler.

idag: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f = (f_1(t), f_2(t), f_3(t))$
1 variabel, 3 komponenter
dvs 1 tal t bestämmer 3 tal $f_1(t), f_2(t), f_3(t)$.

tomr dag: $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f = f(x, y, z) \in \mathbb{R}$.
3 variabler, 1 komponent,
dvs 3 tal x, y, z bestämmer 1 tal $f(x, y, z)$.