

Kommentarer inför tentan

- Listan med *kursmål* på hemsidan specificerar vad ni förväntas kunna och vad tentan kommer testa på.
- Uppgifterna i *övningsprogrammet* testar på *alla* dessa målen.
- Duggorna i Maple TA testar på många, men *långt från alla* målen.
- En del gamla tentor innehåller uppgifter om krökningsradie, det ingår inte i kursen i år.

Kurvintegraler av vektorfält

C kurva, parametrisering $\mathbf{r}(t)$, $a \leq t \leq b$, \mathbf{F} vektorfält

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}'(t) dt$$

Om $\mathbf{F} = \langle P, Q \rangle$, skrivs också

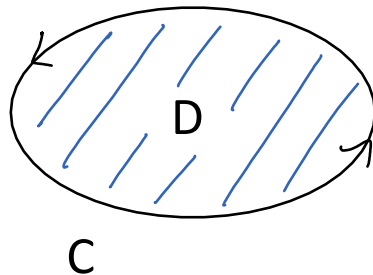
$$\int_C P dx + Q dy$$

dvs. om $\mathbf{r}(t) = \langle x(t), y(t) \rangle$ så är

$$dx = x'(t) dt \text{ och } dy = y'(t) dt.$$

Greens formel: Låt C vara en enkel sluten positivt orienterad kurva som begränsar området D . Då är

$$\int_C P \, dx + Q \, dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA$$



Konservativa vektorfält

\mathbf{F} konservativt om $\mathbf{F} = \nabla f$

$$\int_C \nabla f \cdot d\mathbf{r} = f(\mathbf{r}(b)) - f(\mathbf{r}(a))$$

På \mathbb{R}^2 (eller enkelt sammanhängande områden)

$\mathbf{F} = \langle P, Q \rangle$ konservativt precis om $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$

"derivatan av *första* komponenten m.a.p. *andra* variabeln
= derivatan av *andra* komponenten m.a.p. *första* variabeln"

Rotation av vektorfält på \mathbb{R}^3

$$\text{rot } \mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix} = \left\langle \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, -\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial z}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right\rangle .$$

På \mathbb{R}^3 (eller enkelt sammanhängande områden i \mathbb{R}^3):
F konservativt precis när **rot F = 0**.

Ytintegraler på yta S , parametriserad av $\mathbf{r}(u, v)$, $(u, v) \in D$

$$\iint_S f(x, y, z) dS \text{ där } dS = |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| dA$$

Speciellt, om S grafen till $f(x, y)$: $\mathbf{r}(x, y) = (x, y, f(x, y))$

$$\mathbf{r}_x \times \mathbf{r}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & f_x \\ 0 & 1 & f_y \end{vmatrix} = \langle -f_x, -f_y, 1 \rangle \text{ (formelsamling)}$$

och då

$$|\mathbf{r}_x \times \mathbf{r}_y| = \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}$$

Flöde genom orienterad yta S

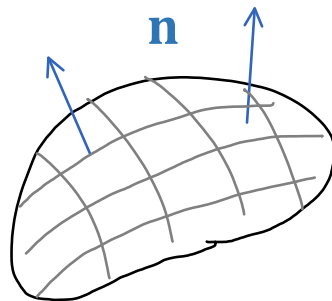
parametriserad av $\mathbf{r}(u, v)$, $(u, v) \in D$, orientering \mathbf{n}

$$d\mathbf{S} = \pm(\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v) dA$$

(+ om $\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v$ pekar i samma riktning som \mathbf{n} , - annars)

Flöde genom S :

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \pm \iint_D \mathbf{F}(\mathbf{r}(u, v)) \cdot (\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v) dA$$



$$\mathbf{F} = \langle P, Q, R \rangle: \operatorname{div} \mathbf{F} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$$

Divergenssatsen

S randen till område $E \subseteq \mathbb{R}^3$, orientering pekar ut från E

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_E \operatorname{div} \mathbf{F} dV$$

Stokes sats

Yta S har rand $C = \partial S$, (orienterad moturs kring orientering av S)

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S \operatorname{rot} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

