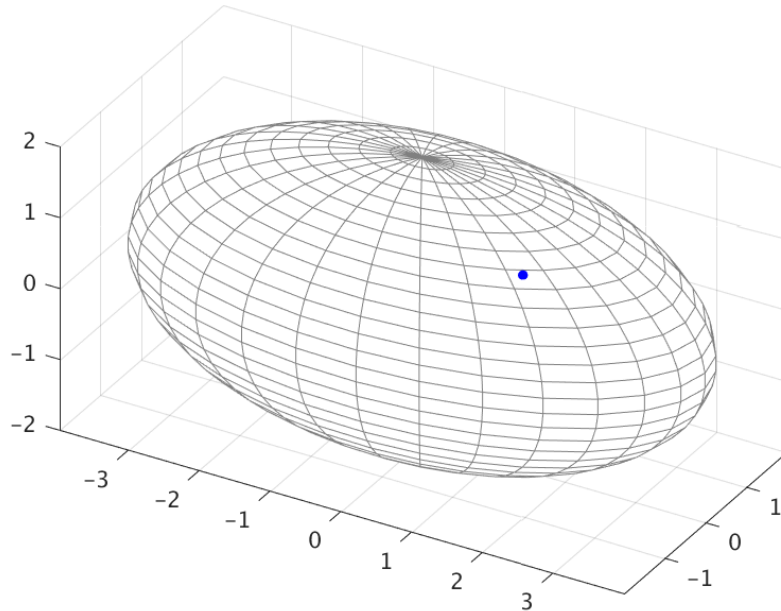


Tangentplan för parametriserad yta

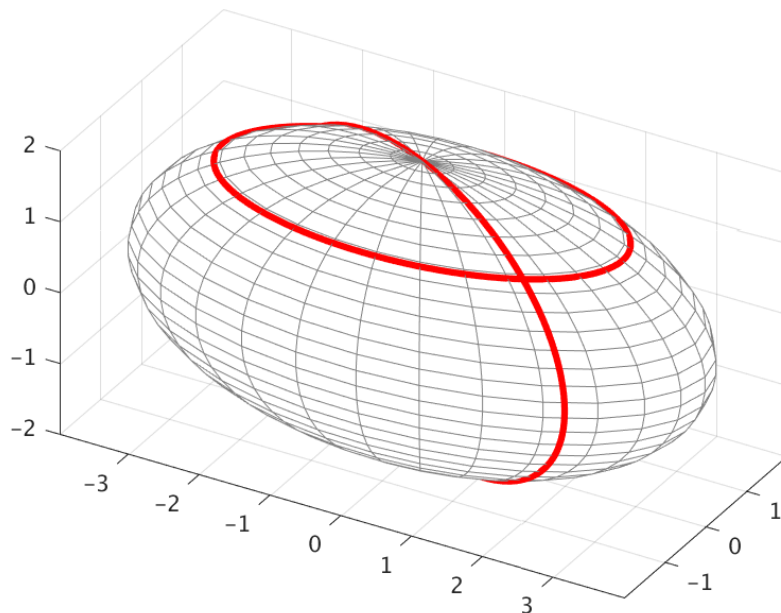
Yta S parametriserad av $\mathbf{r}(u, v)$.

Fixerar en punkt $(a, b, c) = \mathbf{r}(u_0, v_0)$ (blå)



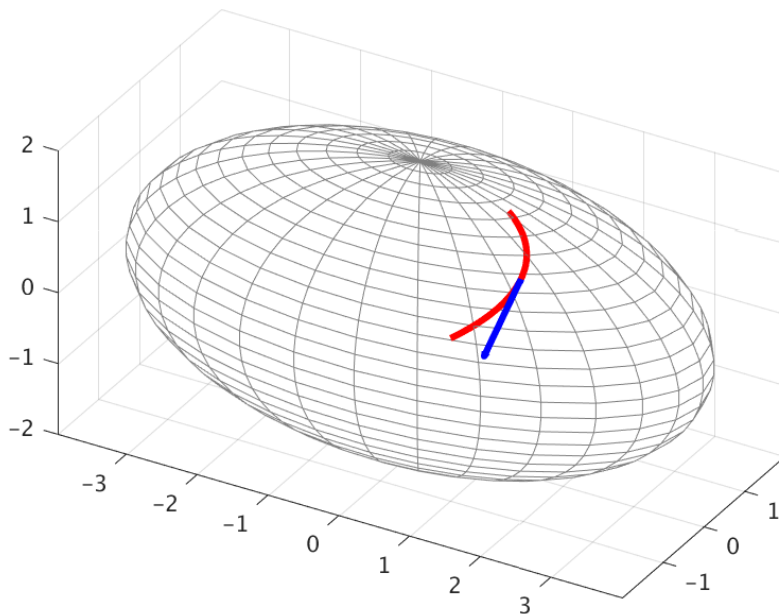
.

Får naturliga kurvor $\mathbf{r}_1(u) = \mathbf{r}(u, v_0)$ och $\mathbf{r}_2(u) = \mathbf{r}(u_0, v)$ i ytan när fixerar $u = u_0$ eller $v = v_0$.



Tangentplanet till S i (a, b, c) definieras så att det går genom punkten (a, b, c) och innehåller alla tangentvektorer $\boldsymbol{\gamma}'(t_0)$ (blå vektor) där

- $\boldsymbol{\gamma}(t)$ ligger i S (röd kurva)
(vilket innebär att den är på formen $\boldsymbol{\gamma}(t) = \mathbf{r}(u(t), v(t))$)
- $\boldsymbol{\gamma}(t_0) = (a, b, c)$, dvs $u(t_0) = u_0$ och $v(t_0) = v_0$.

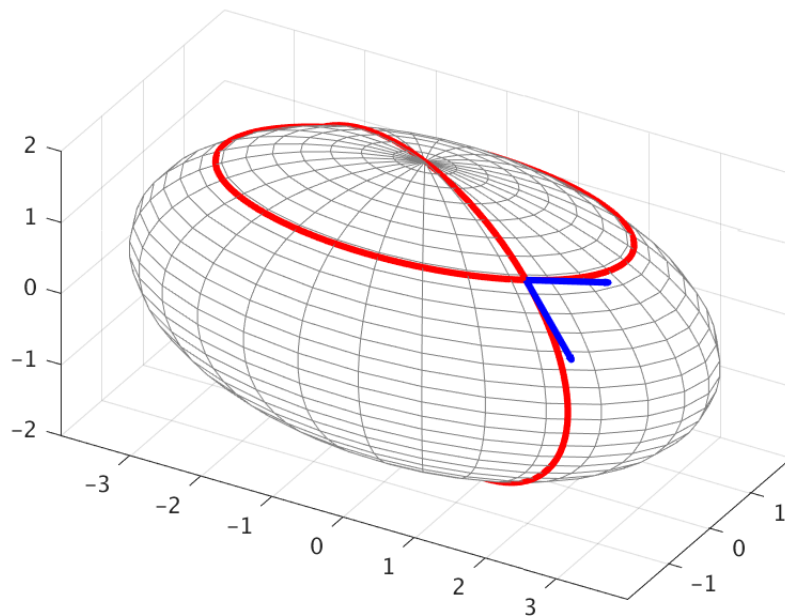


Enligt kedjeregeln, om $\boldsymbol{\gamma}(t) = \mathbf{r}(u(t), v(t))$ så blir

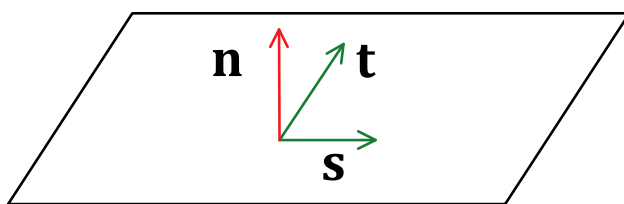
$$\begin{aligned}\boldsymbol{\gamma}'(t_0) &= \mathbf{r}_u(u(t_0), v(t_0))u'(t_0) + \mathbf{r}_v(u(t_0), v(t_0))v'(t_0) \\ &= \mathbf{r}_u(u_0, v_0)u'(t_0) + \mathbf{r}_v(u_0, v_0)v'(t_0).\end{aligned}$$

Om tangentplanet skall innehålla alla tangentvektorer $\boldsymbol{\gamma}'(t_0)$ som ovan så räcker det alltså att tangentplanet innehåller vektorerna

$$\mathbf{r}_u(u_0, v_0) = \mathbf{r}'_1(u_0) \quad \text{och} \quad \mathbf{r}_v(u_0, v_0) = \mathbf{r}'_2(v_0)$$



Om planet T innehåller två icke-parallella vektorer \mathbf{s} och \mathbf{t} så har det normalvektor $\mathbf{n} = \mathbf{s} \times \mathbf{t}$



Om ett plan går genom en punkt (a, b, c) och har normalvektor $\mathbf{n} = \langle n_1, n_2, n_3 \rangle$ så ges planet av $n_1(x - a) + n_2(y - b) + n_3(z - c)$

Detta blir då formeln för tangentplanet i

$(a, b, c) = \mathbf{r}(u_0, v_0)$ med

$$\mathbf{n} = \langle n_1, n_2, n_3 \rangle = \mathbf{r}_u(u_0, v_0) \times \mathbf{r}_v(u_0, v_0)$$

