

Tentamensskrivning i
Matematisk Analys i Flera Variabler,
27 oktober 2014, 14⁰⁰ – 18⁰⁰

Svar:

1. Beräkna längden av kurvan

$$x = e^t \cdot \cos t, y = e^t \cdot \sin t, 0 < t < 2\pi$$

$$\sqrt{2} (e^{2\pi} - 1)$$

2. Beräkna krökningsradien för kurvan

$$x = t + \cos t, y = t - \cos t, z = \sqrt{2} \cdot \sin t$$

i punkten $(x, y, z) = (x(t_0), y(t_0), z(t_0))$. Beror ditt svar på t_0 ?

$$2\sqrt{2}, \text{ oberoende av } t_0$$

3. Funktionen $f(x, y) = \sin(\pi xy + \ln y)$ är given. Uppskatta $f(0,01; 1,05)$ med hjälp av approximationsatsen.

$$0,0814$$

4. Bestäm lokala max.-, min.- och sadelpunkter för funktionen

$$f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{8}{x} - y$$

stationära punkter: ~~(-4, 2)~~
(-4, 2) lok. ~~min~~ max.

5. Beräkna kurvintegralen

$$\int_C \frac{2x}{z} dx + \frac{2y}{z} dy - \frac{x^2 + y^2}{z^2} dz$$

där C är kurvan $x = 1 - \cos t, y = \sin t, z = 1, 0 < t < \frac{\pi}{2}$.

$$2, \text{ potential } \bar{a}r \\ \varphi(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{z}$$

6. Beräkna volumen av följande kropp

$$\frac{x^2}{9} + y^2 + z^2 \leq 1.$$

$$V = 4\pi$$

7. Beräkna arean av den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ som ligger rakt ovanför cirkelskivan $x^2 + y^2 \leq 9$.

$$A = 10\pi$$

8. Beräkna volymen av den kropp som alstras då kurvan

$$y = \frac{\ln x}{x}, 1 \leq x \leq a$$

$$V(a) = \pi \left(2 - \frac{(\ln a)^2}{a} - \frac{2 \ln a}{a} - \frac{2}{a} \right)$$

roterar kring x-axeln (a är ett godtyckligt tal större än 1).

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi$$

Beräkna volumens gränsvärde då $a \rightarrow +\infty$.

Alla problemen förutom det sista ger 6p max. Det sista problemet ger 8p max. Lycka till!