

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Övningstenta, kompletterande uppgifter 2  
LMA017 Matematisk analys i flera variabler – 2016

1. Låt  $f(x, y) = e^{x^2y} - 4y$ .
- (a) Bestäm i vilken riktning som  $f$  växer mest i punkten  $(1, 1)$ .
  - (b) Ge en formel för tangentplanet till grafen  $z = f(x, y)$  i punkten  $(x, y, z) = (1, 1, e - 4)$ .
  - (c) Beräkna riktningsderivatan av  $f$  i punkten  $(1, 1)$  och riktningen  $\mathbf{v} = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ .
2. Antag att en tunn tråd går längs med linjen  $(x(t), y(t)) = (t, 1 + 2t)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ , och har densitet  $1 - x$ . Beräkna masscentrum för tråden.

3. Beräkna trippelintegralen

$$\iiint_E (1 - x - y) dV,$$

där  $E$  är tetraedern  $E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x, 0 \leq z \leq 1 - x - y\}$ .

4. Bestäm tangentplanet till den parametriserade ytan

$$\mathbf{r}(u, v) = (u, u^2 + \sin(v), e^v)$$

i punkten  $\mathbf{r}(1, 0) = (1, 1, 1)$ .

5. Beräkna ytintegralen

$$\iint_S (1 + 4z) dS,$$

där  $S$  är paraboloiden  $z = x^2 + y^2$  över cirkelskivan

$$(x, y) \in D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

6. Beräkna flödet

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

ut ur ytan  $S$  som begränsar kuben  $E = [0, 1] \times [0, 2] \times [0, 3]$  där  $\mathbf{F}$  är vektorfältet

$$\mathbf{F}(x, y) = (x^2 + e^{y^2}, y, z).$$

7. Beräkna volymen av området innanför cylindern  $x^2 + y^2 = 1$  som ligger mellan planen  $z = 5 - x$  och  $z = 1$ .