MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 140827 kl. 08.30–12.30
Tentamen | Telefonvakt: Elin Solberg
0703 088 304

LMA019

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)

2. (a) Bevisa att om matrisen $\mathbf{A}$ är inverterbar gäller att $\mathbf{AX} = \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$. (3p)

(b) Lös ut $\mathbf{X}$ ur matrisekvationen $\mathbf{BX} - \mathbf{C} = \mathbf{BXA}$. Ange speciellt vilka inverser som måste existera. (3p)

3. (a) Visa att arean av en triangel ges av formeln $T_{\text{ABC}} = \dfrac{1}{2}\,||\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}||$. (3p)

(b) I ett ONH- system är punkterna $A = (2, -2, -1), B = (-2, 1, 4)$ och $C = (4, -1, -3)$ givna. Bestäm vinkeln vid hörnet A. (3p)

4. Låt ES vara ekvationssystemet $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + y + az = 3 \end{cases}$.

(a) Lös ES för de värden på parametern a för vilka detta är möjligt. (3p)

(b) Beräkna y med Cramers regel, för de värden på a för vilka detta är möjligt. (2p)

(c) Bestäm för $a = 2$ den bästa möjliga lösningen till ES i minsta kvadratmetodens mening. Beräkna även medelfelet. (5p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

5. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar. (Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Två linjer som är vinkelräta mot en tredje linje i $\mathbb{R}^3$ måste vara parallella. (1p)

(b) För två linjer i $\mathbb{R}^3$ gäller att antingen är de parallella eller så skär de varandra. (1p)

(c) Om $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$=0 och $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$ så är $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ eller $\mathbf{v} = \mathbf{0}$. (2p)

6. Betrakta två avbildningar F och G från $\mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}^2$. Avbildningen F innebär en vridning $\dfrac{2\pi}{3}$ moturs medan G innebär ortogonal projektion på $x-$ axeln.

(a) Bestäm de båda avbildningarnas matriser (motivering krävs). (3p)

(b) Bestäm matrisen för den sammansatta avbildningen som fås om man först projicerar och sedan vrider. (1p)

7. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkten $(1, 0, 2)$, är parallell mot planet $x + y + z + 1 = 0$, samt vinkelrät mot linjen $x = 1 - t, y = 1 + t, z = 2t$. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA019 140827	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm vinkeln mellan planen $5x + 9y - 3z + 2 = 0$ och $3x - y + 2z + 4 = 0$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm talet a så att vektorerna $\bar{u} = (a + 2, 2a)$ och $\bar{v} = (1, a - 1)$ blir parallella. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Skriv uttrycket $(\sqrt{3} + i)^7$ på formen $a + bi$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) En linje går genom punkterna $(1, 1, 0)$. och är ortogonal mot planet $x+2y+z+3 = 0$. Bestäm linjens ekvation och bestäm också i vilken punkt linjen skär planet. (4p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Bestäm för vilka h som vektorn $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & h \end{bmatrix}^{\mathbf{t}}$ är en linjärkombination av vektorerna $\mathbf{v_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathbf{t}}$ och $\mathbf{v_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathbf{t}}$ (3p)

Lösning:

Svar: ....