MATEMATIK **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola Datum: 140313 kl. 08.30–12.30
Tentamen Telefonvakt: Tomas Wernstål
0703 088 304

LMA019

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (15p)

2. (a) Förklara vad som menas med begreppet *linjärt beroende mängd av vektorer* i $\mathbb{R}^n$. (2p)

(b) Är vektorerna

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

linjärt beroende. (3p)

3. (a) Definera begreppet kommuterande matriser. (2p)

(b) Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & x & 4 \\ 2 & 2 & x \end{bmatrix}$. Finns det finns något värde på x så att

$\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ kommuterar? Ange i så fall detta värde. (3p)

4. För vilket värde på parametern a saknar ekvationssystemet

$$\begin{cases} x \phantom{{}+2y} - 4z = -2 \\ -2x + 2y + 7z = -1 \\ x + 2y + az = -2 \end{cases}$$

lösningar? (4p)

5. Använd minstakvadratmetoden för att bestämma den räta linje som bäst ansluter till de tre punkterna $(-1, 2)$, $(0, 2)$ och $(1 - 1)$. (4p)

6. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-4}{5}$ och punkten $(0, -1, 1)$. (5p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) För alla 2×2 matriser $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ gäller att $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$. (1p)

(b) Varje ekvation med fler ekvationer än obekanta saknar lösning. (1p)

(c) Vektorn $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ är parallell med planet $2x - 6y + 4z + 2 = 0$. (1p)

(d) Om $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0}$ så är $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = ||\mathbf{u}||^{\mathbf{2}}||\mathbf{v}||^{\mathbf{2}}$. (1p)

8. Beräkna avståndet mellan linjen $L_1 : (x, y, z) = (3 + t, 1 - t, 3 + 3t)$ och linjen L_2 som går genom punkterna $(2, -1, -3)$ och $(1 - 2, 1)$. (4p)
(4p)

9. Bestäm matrisen för den linjära avbildning som svarar mot projektion på planet $x + y + z = 0$ i riktning $(1, 1, -1)$. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA019 140313	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt A, B, C vara hörn i en triangel. Illustrera i figur vektorn $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm inversen till matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 6 & 8 & -2 \\ 2 & 5 & -2 \end{bmatrix}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $\mathbf{BX} + \mathbf{X} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Bestäm på parameterform, linjen L som går genom punkterna $(4, -1, 0)$ och $(2, 0, 2)$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Ange standardmatrisen för den linjära avbildning $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ som roterar punkter $\frac{3\pi}{4}$ medurs. Rita figur! (3p)

Lösning:

Svar: ....