Tentamen i Algebra LMA 019 MATEMATIK

2016 – 01 – 04 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Frida Svelander

Tel 0734 – 407 926

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentamen krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 och 5 krävs dessutom 33 respektive 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 respektive 6 poäng från den andra delen (överbetygsdelen).

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på ett separat blad på vilket lösningar och svar skall anges. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar.

2. Är vektorerna $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ linjärt beroende? **(3p)**

3. Bestäm skärningen mellan planen $x + 3z = 2$, $3x - y + 2z = 1$ och $-x + 2y + 11z = 8$. Tolka svaret geometriskt. **(5p)**

4. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
   Visa att systemet $Ax = b$ saknar lösning.
   Använd minsta kvadratmetoden för att bestämma en approximativ lösning. **(5p)**

5. Bestäm inversen till matrisen $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ och lös med hjälp av inversen systemet $Mx = b$ där $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ **(4p)**

6. För vilka värden på konstanten *s* har systemet $\begin{cases} sx & + & 3y & = & 2 \\ 3x & + & sy & = & 1 \end{cases}$ entydig lösning? Använd Cramers regel för att bestämma lösningarna för dessa värden. **(4p)**

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering skall inte ges. 1 poäng för varje korrekt svar, - 1 poäng för varje felaktigt svar. Dock inte mindre än 0 poäng totalt.

   a. Om tre vektorer i $\mathbb{R}^3$ är linjärt beroende måste två av dem vara parallella.

   b. $P = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ är matrisen för rätvinklig projektion i linjen $x + y = 0$

   c. Om A och B är lika stora matriser är $(AB)^T = A^T B^T$

   d. Om A och B är 3x3-matriser är $\det(A + B) = \det A + \det B$

   e. Om systemet $Ax = b$ har fler än en lösning har även systemet $Ax = 0$ fler än en lösning.

Del 2: Överbetygsdelen

8. Bestäm matrisen för den linjära avbildningen spegling i linjen $3x + y = 0$ **(4p)**

9. Beräkna $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a+2d & b+2e & c+2f \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$

   Elementen *a, b, … k* är okända konstanter. **(4p)**

   Ledning: det är inte nödvändigt att beräkna determinanterna.

10. Bestäm matrisen X om $AXB + AX = C$ där $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ och $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ **(4p)**

Anonym kod	LMA019 160104	Poäng

Uppgift 1. **Till nedanstående fyra deluppgifter skall korta lösningar redovisas. Svar måste anges på anvisad plats och inte på separata blad**.

a) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x & + & 3y & = & 5 \\ x & - & y & = & 0 \end{cases}$ **(2p)**

Lösning:

Svar: ……………………………………………………………………………………………..

b) Beräkna kryssprodukten $(2,0,-1) \times (3,1,2)$ **(2p)**

Lösning:

Svar: ………………………………………………………………………………………………

c) Bestäm alla *x* sådana att $2\cos x + 1 = 0$ **(4p)**

Lösning:

Svar: ………………………………………………………………………………………………….

d) Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^3 + 8i = 0$ **(4p)**

(det går bra att svara med polär form)

Svar: ………………………………………………………………………………………………….