Tentamen i Algebra LMA 019 MATEMATIK

2016 – 08 – 15 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Johan Berglind

Tel 031 – 772 35 25

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentamen krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 och 5 krävs dessutom 33 respektive 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 respektive 6 poäng från den andra delen (överbetygsdelen).

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på ett separat blad på vilket lösningar och svar skall anges. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar.

2. Bestäm konstanten *a* så att vektorerna $\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1\\1\\3\end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix}0\\a\\0\end{pmatrix}$ blir linjärt beroende. **(3p)**

3. Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna (1,2,4), (0,-1,1) och (3,1,1). **(3p)**

4.
   a. Bestäm skärningen mellan planen $x + y + 2z = 1$ och $2x - y + z = 2$
   b. Ange det plan som bildar rät vinkel mot bägge plan i uppgift a. samt innehåller punkten (1,0,0). **(4p)**

5. Använd minsta kvadratmetoden för att bestämma den linje som bäst ansluter till punkterna (1,5), (2,3), (3,3) samt (4,1). **(5p)**

6. För vilka värden på konstanten s har systemet $\begin{cases} sx & - & 2y & = & 1 \\ 4sx & + & 4sy & = & 2 \end{cases}$

entydig lösning? Använd Cramers regel för att bestämma lösningen. **(4p)**

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering skall inte ges. 1 poäng för varje korrekt svar, -1 poäng för varje felaktigt. Dock inte mindre än 0 poäng totalt.

   a. Om *A* är en kvadratisk matris är $detA = detA^T$

   b. Låt *a, b, c* och *d* vara linjärt oberoende vektorer i $\mathbb{R}^4$. Då måste *a, b* och *c* vara linjärt oberoende.

   c. Låt *a* och *b* vara reella konstanter och *P* matrisen för den linjära avbildningen projektion i linjen $ax + by = 0$. Då är $detP = 0$

   d. Låt *A* vara en 3x2-matris och *b* en kolonnvektor med 3 element. Systemet $Ax = b$ kan inte ha en entydig lösning.

   e. Antag att $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Då måste A vara $= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Del 2: Överbetygsdelen

8. Låt $= \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & s & 1 \\ -2 & 0 & s-1 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ s-3 \end{pmatrix}$ där *s* är en okänd konstant.

   Bestäm, för varje värde på *s*, antalet lösningar till systemet $Ax = b$. **(4p)**

9. Bestäm alla värden på *t* sådana att $\cos(2t) + 5\cos t + 3 = 0$ **(4p)**

10. Bestäm avståndet mellan linjerna $\begin{cases} x & = & 4t-3 \\ y & = & -2t+3 \\ z & = & t \end{cases}$ och $\begin{cases} x & = & 2t-5 \\ y & = & -3t+11 \\ z & = & t \end{cases}$ **(4p)**

Anonym kod	LMA019 160815	Poäng

Uppgift 1. Till nedanstående fyra deluppgifter skall korta lösningar redovisas. Svar måste anges på anvisad plats.

Svar och lösningar till dessa uppgifter kan inte redovisas på andra sidor.

a) x är en vinkel i tredje kvadranten och $\tan x = 2$. Bestäm $\cos x$ **(3p)**

Lösning:

Svar: …….

b) Bestäm inversen till $M = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ **(3p)**

Lösning:

Svar: …….

c) Förenkla uttrycket $\frac{(1+i)^{33}}{(-1+i)^{33}}$ så långt som möjligt. **(4p)**

Lösning:

Svar: ……

d) Bestäm sinusvärdet för vinkeln mellan vektorerna (2,-1,4) och (2,2,-1) **(4p)**

Lösning:

Svar: ………