Tentamen i Algebra LMA 019 MATEMATIK

2015 – 10 – 29 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Johan Berglind

Tel 0705 – 234 324

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentamen krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 och 5 krävs dessutom 33 respektive 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 respektive 6 poäng från den andra delen (överbetygsdelen).

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på ett separat blad på vilket lösningar och svar skall anges. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar.

2. Låt $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},\ v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},\ v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

   Avgör om v_3 är en linjärkombination av v_1 och v_2. **(3p)**

3.
   a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna (2,-1,2), (0,4,2) och (1,0,1).
   b. Bestäm konstanten *b* så att linjen $\begin{cases} x &= 1+2t \\ y &= 3-2t \\ z &= 2+bt \end{cases}$ ***inte*** skär planet från uppgift a. **(6p)**

4. Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna (1,-2,1), (2,3,1) och (-4,0,1). **(3p)**

5. Avgör om linjerna $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 2t \\ z = 3t-3 \end{cases}$ och $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 2-2t \\ z = 4+t \end{cases}$ skär varandra. **(3p)**

6. Använd minsta kvadratmetoden för att bestämma den linje som bäst ansluter till punkterna (1,3), (2,2), (3,0) samt (4,-1). **(5p)**

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering skall inte ges. 1 poäng för varje korrekt svar, **-** 1 poäng för varje felaktigt svar. Dock inte mindre än 0 poäng totalt.

   a. Låt *S* vara matrisen för spegling i en linje genom origo. Då är $\det S = \pm 1$

   b. $u \cdot (u \times v) = 0$. (*u* och *v* är vektorer i $\mathbb{R}^3$)

   c. Låt *a*, *b*, *c* och *d* vara vektorer i $\mathbb{R}^4$ och $\{a, b, c\}$ är linjärt beroende. Då är även $\{a, b, c, d\}$ linjärt beroende.

   d. Låt *A* vara en *nxn*-matris och $B = AA^T$. Om systemet $Bx = 0$ har oändligt många lösningar har även systemet $Ax = 0$ oändligt många lösningar.

   e. $2x - y + 3z = 1$ och $-4x + 2y - 6z + 2 = 0$ är ekvationer för samma plan.

Del 2: Överbetygsdelen

8. Låt $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & s \\ 4 & 1 & 5 \\ 1 & s+1 & 3 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ s \end{pmatrix}$ där *s* är en okänd konstant.

   Bestäm, för varje värde på *s*, antalet lösningar till systemet $Ax = b$ **(4p)**

9. Låt *T* vara en linjär avbildning med matris *Q*.
   Antag att $T(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ och $T(v) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ där $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

   a. Bestäm Q^{-1}

   b. Låt W vara parallellogramet med hörn i punkterna (1,1), (4,1), (3,2) samt (6,2).
   Bestäm arean av $T(W)$, alltså arean av bilden av parallellogramet. **(5p)**

10. u och w är vektorer i $\mathbb{R}^3$.
    Förenkla uttrycket $\frac{|u \cdot w|^2 + |u \times w|^2}{|u|^2 |w|^2}$ så långt som möjligt. **(3p)**

Anonym kod	LMA019 151029	Poäng

Uppgift 1. Till nedanstående fyra deluppgifter skall korta lösningar redovisas. Svar måste anges på anvisad plats.

Svar och lösningar till dessa uppgifter kan inte redovisas på andra sidor.

a) x är en vinkel i andra kvadranten och $\sin x = \frac{2}{3}$. Bestäm $\cos x$ **(3p)**

Lösning:

Svar: ……..

b) Bestäm inversen till $M = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ **(3p)**

Lösning:

Svar: ……..

c) Förenkla uttrycket $\frac{(-\sqrt{3}+i)^6}{(1-i)^{10}}$ så långt som möjligt. **(4p)**

Lösning:

Svar: ……

d) Bestäm cosinusvärdet för vinkeln mellan vektorerna (2,-1,4) och (2,2,-1) **(3p)**

Lösning:

Svar: …….