MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 150102 kl. 14.00–18.00
Tentamen | Telefonvakt: Jonny Lindström
0733 607040

LMA019

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (15p)

2. (a) Förklara vad som menas med begreppet *linjärt oberoende mängd av vektorer* i $\mathbb{R}^n$. (2p)

(b) Bestäm värdet på konstanten a så att

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{bmatrix}$$

blir linjärt oberoende. (3p)

3. (a) Härled en ekvation för planet på formen $ax + by + cz + d = 0$.(Rita figur!) (4p)

(b) Är planen $\Pi_1 : x - 2y + 4z = 2$ och $\Pi_2 : -2x + y + z = 1$ vinkelräta? (2p)

(c) Bestäm skärningslinjen mellan de båda planen Π_1 och Π_2. (2p)

(d) Ange en punkt som ligger i båda planen. (1p)

4. Låt $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $AX - A = BX$. (5p)

5. Bestäm för vilka h som vektorn $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -5 \\ 11 \\ h \end{bmatrix}$ är en linjärkombination av vektorerna (4p)

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) Två vektorer $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$ är vinkelräta mot varandra om och endast om $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$. (1p)

(b) För två vektorer $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$ gäller att $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin\theta$ (1p)

(c) För alla vinklar $\theta \in \mathbb{R}$ gäller $\sin\theta\cos\theta \leq \dfrac{1}{2}$. (1p)

(d) Om $AB = BA$ och om A är inverterbar så gäller att $A^{-1}B = Ba^{-1}$. (1p)

7. Beräkna avståndet mellan linjen

$$l_1 : \quad x = 3 + t \qquad y = 1 - t \qquad z = 3 + 3t$$

och linjen l_2 som går genom punkterna $(2 - 1 - 3)$ och $(1, -2, 1)$. (4p)

8. Låt $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ vara den linjära avbildning som ges av spegling i linje $x + 2y = 0$. följt av rotation vinkeln $\dfrac{\pi}{4}$ moturs. Bestäm matrisen för T med avseende på standardbasen i $\mathbb{R}^2$. (4p)

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA019 150102	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Låt A, B, C vara hörn i en triangel. Illustrera i figur vektorn $2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Vektorerna $\mathbf{a} = \langle 1, 2, 1\rangle$ och $\mathbf{b} = \langle 2, 0, 1\rangle$ är givna. Beräkna $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Är linjen genom punkterna $(3, 2, 1)$ och $(2, 1, 0)$ parallell med linjen genom punkterna $(5, 4, 4)$ och $(2, 1, 1)$ (2p)

Lösning:

Svar: ....

(d) En parallellepiped har ett hörn i origo och de tre angränsande hörnen i $(1, 2, 2)$, $(2, 1, -1)$ och $(3, 2, 1)$ Bestäm parallellepipedens volym. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Lös den binomiska ekvationen $z^3 = 8i$. Rita in rötterna i komplexa talplanet. (4p)

Lösning:

Svar: ....