MATEMATIK | **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola | Datum: 150817 kl. 08.30–12.30
Tentamen | Telefonvakt: Matteo Molteni
0734 407926

LMA019

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2014 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (13p)

2. (a) Förklara vad som menas med begreppet *linjärt oberoende mängd av vektorer* i $\mathbb{R}^n$. (2p)

(b) Ange för vilka värden på den reella konstanten a som ekvationssystemet

$$\begin{cases} ax + ay - z = a+1 \\ x + (a-1)z = 2 \\ ax + 2z = a+2 \end{cases}$$

har entydig lösning. (3p)

3. (a) Härled en ekvation för planet på formen $ax + by + cz + d = 0$.(Rita figur!) (4p)

(b) Ett plan går genom punkterna $A = (2, 3, 1)$ och $B = (2, 4, 2)$. Planet är parallell med linjen

$$L: \ x = 2 + 2t, \qquad y = 1 + t, \qquad z = t.$$

Bestäm plantets ekvation (3p)

(c) Ligger linjen L i planet? (1p)

4. Matriserna $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ är givna.

(a) Bestäm inversen till A. (3p)

(b) Lös matrisekvationen $BXA = C$. (3p)

5. Använd minstakvadratmetoden för att bestämma den räta linje som bäst ansluter till de fyra punkterna $(1, -1), (2, 2), (3, 2)$ och $(4, 6)$. Beräkna även det kvadratiska medelfelet. (6p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) För två vektorer $\mathbf{a}$ och $\mathbf{b}$ gäller att $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin\theta$ (1p)

(b) Om A och B är $n \times n$ matriser med B inverterbar sådan att $AB = BA$, då måste även $A^{-1}B = BA^{-1}$ gälla. (1p)

(c) Om $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ och $T(\mathbf{u}) = T(\mathbf{v})$, så är $\mathbf{u} = \mathbf{v}$. (2p)

7. En linjär avbildning F i rummet avbildar punkterna $(1, 1, -2)$, $(-2, 1, 1)$ och $(0, -2, 1)$ på punkterna $(-4, 1, 3)$, $(2, -5, 3)$ respektive $(3, 2, -5)$. Bestäm avbildningsmatrisen till F. (4p)

8. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkten $(-1, 2, -3)$ och som skär linjen (4p)

$$x = 5 - 3t, \qquad y = 3 - 2t, \qquad z = 1 + 2t$$

under rät vinkel.

Lycka till!
Jonny L

Anonym kod	LMA019 150817	sid.nummer 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm ortogonala projektionen av vektorn $\mathbf{a} = \langle 2, 3, 1\rangle$ på linjen (3p)

$$x = 1 + t, \qquad y = 2 + 2t, \qquad z = 1 - 2t$$

Lösning:

Svar: ....

(b) Beräkna volymen av den parallellepiped somspänns upp av vektorerna $\mathbf{u} = \langle 1, 0, 1\rangle$, $\mathbf{v} = \langle 2, 2, 1\rangle$ och $\mathbf{w} = \langle 0, 2, 1\rangle$ (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Bestäm på parameterform, linjen L som går genom punkterna $(1, 2, 3)$ och $(2, 5, 2)$. Ange även en annan linje, på parameterform, som är vinkelrät mot L. (4p)

Lösning:

Svar: ....

(d) Ange koordinaterna för den punkt Q som delar sträckan mellan punkterna $P = (1, 1, 2)$ och $R = (2, 3, -2)$ i förhållandet $2 : 3$. (3p)

Lösning:

Svar: ....