Algebra LMA019

Lösn till tent 15 aug 2016

1) a) $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

b) $M^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

c) $-i$

d) $\sin\alpha = \frac{3\cdot\sqrt{21}}{\sqrt{185}}$

2) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 5a$ så $a = 0$

3) $v_1 = (1, 3, 3)$

$v_2 = (3, 2, 0)$

$\text{Area} = \frac{|v_1 \times v_2|}{2} = \frac{|(-6, 9, -7)|}{2} = \frac{\sqrt{166}}{2}$

4a) $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ -3y - 3z = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$$

b) Planets normal: $(1, 1, -1)$

ekvation: $x + y - z = 1$

5)

System: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

om linjen är $y = kx + m$

MK-system: $\begin{pmatrix} 30 & 10 \\ 10 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 12 \end{pmatrix}$

MK-lösning: $\begin{pmatrix} k \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 10 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \end{pmatrix}$

6) Sätt $A = \begin{pmatrix} s & -2 \\ 4s & 4s \end{pmatrix}$

$\det A = 4s^2 + 8s = 4s(s+2)$

Entydig lösning om $s \neq 0$, $s \neq -2$

I sådt fall är $x = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4s \end{vmatrix}}{\det A} = \dfrac{4s+4}{4s(s+2)} = \dfrac{s+1}{s^2+2s}$

och $y = \dfrac{\begin{vmatrix} s & 1 \\ 4s & 2 \end{vmatrix}}{\det A} = \dfrac{-2s}{4s(s+2)} = \dfrac{-1}{2s+4}$

7) a) SANT

b) SANT

c) SANT

d) FALSKT

e) FALSKT, tex $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

8)

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & s & 1 \\ -2 & 0 & s-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 3 & 4+s & 1 \\ s-3 & 4s-4 & s-1 \end{vmatrix} =$$

$$= s^2 - 11s = s(s-11)$$

$\underline{s=0}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & -1 & -3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\underline{s=11}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & 11 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 10 & 8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 8 & 8 & 8 \end{array}\right)$$

Svar: om $s=0$ eller 11; oändligt många lösn

Annars entydig lösn

9) $\cos 2t + 5\cos t + 3 = 0$; $\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$

$2\cos 2t + 5\cos t + 2 = 0$ $\quad \cos t = y$:

$2y^2 + 5y + 2 = 0$ $\quad (y+2)(2y+1) = 0$

$y = -2$ ger inga lösningar

$y = -\frac{1}{2}$ ge $\cos t = -\frac{1}{2}$ dvs $t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$

10) Bilda ett plan π som innehåller den första linjen och är parallell med den andra

$\bar{n} = (4,-2,1) \times (2,-3,1) = (1,-2,-8)$

Ekvation: $x - 2y - 8z + 9 = 0$

Det sökta avståndet är avståndet från vilken punkt som helst på den andra linjen till π. Vi väljer punkten $(-5,11,0)$

och får avståndet $\dfrac{|-5-22+9|}{\sqrt{1+4+64}} = \dfrac{18}{\sqrt{69}}$