Tentamen i Algebra LMA 019 MATEMATIK

2018 – 11 – 01 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Examinator: Johan Berglind

Telefonvakt: Jakob Palmkvist, tel 0707 – 161892

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentamen krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från duggor 2018 räknas med i denna del. För betyg 4 och 5 krävs dessutom 33 respektive 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 respektive 6 poäng från den andra delen (överbetygsdelen).

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på ett separat blad på vilket lösningar och svar skall anges. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar.

2.
    a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna (0,3,2), (-1,1,1) samt (2,1,0) **(3p)**

    b. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkterna (4,2,1) och (3,-1,-1) **(2p)**

    c. Bestäm skärningspunkten mellan linjen och planet. **(1p)**

3. Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna (1,2,0), (3,4,-1) samt (5,4,2) **(3p)**

4. För vilka värden på konstanten *a* är vektorerna $\begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$ linjärt beroende? **(3p)**

5. Låt *T* vara en linjär avbildning från $\mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}^2$ och $a = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ vara två vektorer. Låt vidare $T(a) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ T(b) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Bestäm matrisen för *T*. **(4p)**

6. Bestäm med hjälp av minsta kvadratmetoden den räta linje som bäst anpassas till punkterna (-1,5), (0,3), (1,2), (2,0) **(4p)**

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering skall inte ges. 1 poäng för varje korrekt svar, -1 poäng för varje felaktigt. Dock inte mindre än 0 poäng totalt.

   a. Låt *A* vara en 4x3-matris och antag att systemet $Ax = 0$ bara har trivial lösning. Då har $Ax = b$ entydig lösning för varje vektor *b* i $\mathbb{R}^4$

   b. Om *z* är komplext och $\neq 0$ är $\left|{}^{z}/_{\bar{z}}\right| = 1$

   c. Ekvationen $\sin x + \cos(2x) + \sin(3x) = 4$ saknar lösning.

   d. Låt *A* och *B* vara två *nxn*-matriser och anta att AB är inverterbar. Då måste både *A* och *B* vara inverterbara.

   e. Låt *A* vara en *nxn*-matris och anta att A^t är inverterbar. Då är även *A* inverterbar.

Överbetygsdelen

8. Bestäm, för varje värde på konstanten *s*, antalet lösningar till systemet $Mx = b$ där $M = \begin{pmatrix} 1 & s & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & s \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 2s \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **(4p)**

9. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\cos(2x) - 5\cos x - 2 = 0$ **(4p)**

10. Låt *A* vara en *nxn*-matris sådan att i varje rad är summan av elementen = 0.

    Exempel: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 1 \\ -2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$
    Bestäm alla möjliga värden som determinanten för *A* kan anta. **(4p)**

Anonym kod	LMA019 181101	Poäng

Uppgift 1. Till nedanstående fyra deluppgifter skall korta lösningar redovisas. Svar måste anges på anvisad plats.

Svar och lösningar till dessa uppgifter kan inte redovisas på andra sidor.

a) Bestäm $\cos x$ om $\sin x = \frac{2}{3}$ och *x* är en vinkel i andra kvadranten. **(3p)**

Lösning:

Svar: …….

b) Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^5 + 32i = 0$ **(4p)**

Lösning:

Svar: …….

c) Bestäm matrisen för den linjära avbildningen ”spegling i x_1-axeln”. **(3p)**

Lösning:

Svar: ………

d) Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}$ **(3p)**

Lösning:

Svar: ………