Tentamen i Algebra LMA 019 MATEMATIK

2020 – 01 – 07 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Examinator: Johan Berglind

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentamen krävs 23 poäng på tentamens första del (godkändtdelen). För betyg 4 och 5 krävs 33 respektive 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 respektive 6 poäng från den andra delen (överbetygsdelen).

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på ett separat blad på vilket lösningar och svar skall anges. Bladet lämnas in tillsammans med övriga lösningar.

2.
   a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna (1,1,1), (3,3,-1) samt (2,-1,1) **(3p)**

   b. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkterna (1,0,-1) och (4,3,3) **(2p)**

   c. Bestäm skärningspunkten mellan linjen och planet. **(1p)**

3. Bestäm arean av triangeln med hörn i punkterna (1,3,1), (2,3,-1) samt (0,1,2) **(3p)**

4. För vilka värden på konstanten *a* är vektorerna $\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2a \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ linjärt beroende? **(3p)**

5. Använd Cramers regel för att lösa systemet $\begin{cases} ax & + & 2y & = & 1 \\ 8x & + & ay & = & 3 \end{cases}$ för varje värde på parametern *a*. **(4p)**

6. Bestäm med hjälp av minsta kvadratmetoden den räta linje som bäst anpassas till punkterna (0,7), (1,6), (2,4) samt (3,3) **(5p)**

7. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska. Någon motivering skall inte ges. 1 poäng för varje korrekt svar, -1 poäng för varje felaktigt. Dock inte mindre än 0 poäng totalt.

   a. Låt *A* vara en 4x3-matris och antag att systemet $Ax = 0$ bara har trivial lösning. Då har $Ax = b$ entydig lösning för varje vektor *b* i $\mathbb{R}^4$

   b. Om *z* är komplext och $\bar{z} = \frac{4}{z}$ är $|z| \leq 2$

   c. Ekvationen $\sin x + \sin 2x = 2$ saknar lösning.

   d. Om *u*, *v* och *w* är linjärt beroende vektorer måste *w* vara en linjärkombination av *u* och *v*.

   e. Om det för en $nxn -$ matris *A* gäller att $A^2 = A$ måste $\det A$ vara $= 0$.

Överbetygsdelen

8. Bestäm, för varje värde på konstanten *s*, antalet lösningar till systemet $Mx = b$

   där $M = \begin{pmatrix} 1 & s+1 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \\ s & -1 & 3 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 2s+1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ **(4p)**

9. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\cos(2x) + 7\cos x + 4 = 0$ **(4p)**

10. Låt *S* vara en linjär avbildning från $\mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}^2$ med matris $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
    Bestäm matrisen till avbildningen *T* så att $T\big(S(x)\big) = 3x$ för varje vektor *x* i $\mathbb{R}^2$ **(4p)**

Anonym kod	LMA019 200107	Poäng

Uppgift 1. Till nedanstående fyra deluppgifter skall korta lösningar redovisas. Svar måste anges på anvisad plats.

Svar och lösningar till dessa uppgifter kan inte redovisas på andra sidor.

a) Lös ekvationen $2\sin 3x + 1 = 0$ **(4p)**

Lösning:

Svar: ……….

b) Skriv det komplexa talet $\frac{(1+i)^{18}}{(i-\sqrt{3})^{12}}$ på formen $a + ib$ **(4p)**

Lösning:

Svar: ……….

c) Bestäm talet a så att vektorerna (1,2,3) och (2,2,a) bildar rät vinkel. **(2p)**

Lösning:

Svar: ……

d) Beräkna inversen till matrisen $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ **(2p)**

Lösning:

Svar: ……