

Algebra, LMA019, Salsdugga

Namn: **JAKOB PALMKVIST**

Personnummer:

Program (ringa in): TIMAL TIMEL TIDSL TIEPL

Uppgift	1	2	3	4	Summa
Poäng					

- Vänd inte på denna sida förrän övningsledaren säger till!
- Uppgifterna finns på de följande tre sidorna i detta häfte. Där skall också lösningarna ges. Ange ditt svar tydligt, och redogör kortfattat för hur du har kommit fram till det. **Enbart svar ger noll poäng.**
- Lös gärna uppgiften först på ett kladdpapper (som inte skall lämnas in) och sammanfatta sedan lösningen här i häftet. Exempelvis uppställning av polynomdivision kan göras på kladdpapper och endast resultatet behöver redovisas i den färdiga lösningen.
- Inga hjälpmittel är tillåtna!
- Lycka till!

1. Bestäm alla x sådana att $|2x - 1| \geq 3$. (2 p.)

$$\begin{aligned}|2x-1| \geq 3 &\Leftrightarrow 2x-1 \geq 3 \text{ eller } 2x-1 \leq -3 \\&\Leftrightarrow 2x \geq 4 \text{ eller } 2x \leq -2 \\&\Leftrightarrow x \geq 2 \text{ eller } x \leq -1\end{aligned}$$

Svar: $x \geq 2$ eller $x \leq -1$.

2. Bestäm en ekvation för den räta linje som går genom punkten $(-2, 1)$ och som är parallell med linjen $x - 2y = 2$.

(2 p.)

$$\begin{aligned}x - 2y = 2 &\Leftrightarrow 2y = x - 2 \\&\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - 1 \quad \text{Lutning: } \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ekvation för den sökta linjen: $y = \frac{1}{2}x + m$

Skal vara uppfyllt då $x = -2$ och $y = 1$:

$$1 = \frac{1}{2}(-2) + m \Leftrightarrow m = 2$$

Svar: $y = \frac{1}{2}x + 2$

3. Lös ekvationen $x^3 + 5x^2 - 2x - 4 = 0$. (3 p.)

Vi testar att sätta in $x=1$:

$$1 + 5 - 2 - 4 = 0.$$

Alltså är $x=1$ en lösning, och enligt faktorsatsen:

$$x^3 + 5x^2 - 2x - 4 = (x-1) q(x) \quad (*)$$

där $q(x)$ är ett polynom av grad 2.

Polynomdivision ger:

$$q(x) = x^2 + 6x + 4.$$

Vi kvadratkompletterar $q(x)$ för att hitta lösningarna till $q(x)=0$:

(alternativt: använder "pq-formeln")

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 4 &= x^2 + 2 \cdot 3x + 9 - 9 + 4 = \\ &= (x+3)^2 - 5 = \\ &= ((x+3) + \sqrt{5})((x+3) - \sqrt{5}) \end{aligned}$$

Svar: Ekvationen har lösningarna

$$x = 1, \quad x = -3 + \sqrt{5}, \quad x = -3 - \sqrt{5}. \quad Vänd!$$

4. Ange största och minsta värde av funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$ på intervallet $-2 \leq x \leq 2$.
(3 p.)

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = \\&= 3(x+3)(x-1)\end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ eller } x = 1.$$

Punkten $x = -3$ ligger utanför intervallet $-2 \leq x \leq 2$. Funktionsvärdet då $x = 1$:

$$f(1) = 1 + 3 - 9 + 4 = -1$$

Funktionsvärdet i intervallets ändpunkter:

$$f(-2) = -8 + 3 \cdot 4 + 18 + 4 = 26$$

$$f(2) = 8 + 3 \cdot 4 - 18 + 4 = 6$$

Svar: Största värde $f(-2) = 26$,
minsta värde $f(1) = -1$.