

Måndag 17 augusti 2020 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Stefan Lemurell, 031-772 5303

Tillåtna hjälpmedel: alla utom mänsklig assistans.

Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas.

1. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $z^4 - z^3 + z - 1 = 0$ på formen $z = a + bi$ (5p)

2. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen
 - a. $\sin x + \cos x = 2$ (2p)
 - b. $\sin x + \cos x = 0$ (4p)

3. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(1,1,-1)$, $(0,2,1)$ samt $(2,0,-3)$ (3p)

4. Lös matrisekvationen $A(X^t + I)B^{-1} = I$
där $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (4p)

5.
 - a. Bestäm skärningslinjen mellan planen $x + y - z = 0$ och $2x - y = 1$ (3p)
 - b. Bestäm den minsta vinkeln mellan z-axeln och normalen till ett plan som innehåller vektorerna $(1,1,-1)$ samt $(-1,1,1)$ (3p)

6. Bestäm med hjälp av minsta kvadratmetoden den räta linje som bäst anpassas till punkterna $(1,-2)$, $(2,4)$, $(3,5)$ samt $(4,6)$. **(6p)**

7. Bestäm de värden på konstanten r som gör att följande system får en entydig lösning:
$$\begin{cases} (r-1)x + (r+2)y = 5 \\ x + (r+2)y = r+3 \end{cases}$$
 Lös systemet för dessa värden på r med hjälp av Cramers regel. **(5p)**

8. Avgör om de tre vektorerna $(1,1,0,3)$, $(2,-1,1,0)$ och $(1,1,1,1)$ är linjärt beroende. **(3p)**

9. Bestäm avståndet mellan linjerna $\begin{cases} x = 4t - 3 \\ y = -2t + 3 \\ z = t \end{cases}$ och $\begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = -3t + 11 \\ z = t \end{cases}$ **(6p)**

10. För ett system $Ax = b$ där A är en $m \times n$ -matris och b är en kolonnvektor med m komponenter finns i allmänhet tre möjligheter: inga lösningar, exakt en lösning eller oändligt många lösningar.

a. Vilken av dessa tre möjligheter kan vi utesluta om $m < n$? **(3p)**

b. Vilken av dessa tre möjligheter kan vi utesluta om b är nollvektorn? **(3p)**