

Tentamen i matematik introduktion, 2p, för BI och Fartygsdesign samt matematik del A, 2p, för KI 2007-08-22

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \left(\sqrt[3]{\frac{a^{1/5}}{a^{-4}}} \right)^2 \quad (2p) \quad (b) \frac{(a+b)^2 - (a+b)}{a-b} \cdot \frac{1}{b} \quad (3p) \quad (c) \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (2a^2b^2)^2} \quad (3p)$$

2. Lös ekvationerna

$$(a) x + \sqrt{x} = 3, \quad (b) |x^2 - 2x| = 2x - 4$$

(3+4p)

3. Lös olikheterna

$$(a) x^2 - 3x \geq -2, \quad (b) \frac{x}{3+x} < \frac{4}{x},$$

(2+4p)

4. Faktoriser följande polynom.

(2+4p)

$$(a) 3x^2 - 4x + 1$$

$$(b) x^3 + x^2 - 5x - 2. \text{ Ange här dessutom samtliga } \textit{möjliga} \text{ rationella nollställen.}$$

5. (a) Lös ekvationen $\ln x - 2 \ln(x+1) = -\ln(3x)$.

(3p)

(b) Lös ekvationen $e^{2x} = 2 - e^x$.

(3p)

6. (a) Givet $\tan v = 2/\sqrt{3}$. Beräkna $\cos v$ om $0 < v < \pi/2$.

(1p)

(b) Lös ekvationen $1 - 2 \cos(2v + \pi/4) = 0$. Svara i radianer.

(2p)

(c) Lös ekvationen $\sin x = \cos(2x)$. Svara i radianer.

(3p)

7. (a) En linje går genom punkterna $(1, -2)$ och $(3, 5)$. Bestäm linjens ekvation.

(1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $4x^2 + y^2 + 2x + 5y = 3/2$.

(3p)

(c) För vilka värden på m tangerar linjen $y = 2x + m$, cirkeln med radie 3 och centrum i $(-1, 0)$. Bestäm tangeringspunkten/erna.

(3p)

8. Funktionen $f(x) = (x+1)^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ är given.

(a) Beräkna $f'(x)$.

(2p)

(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 1$.

(2p)