

**Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI och Fartygsdesign
samt matematik del A, 3p, för KI 2008-08-20**

1. Förenkla så långt som möjligt.

(a) $\frac{(\sqrt[3]{x})^5 \sqrt{y^3}}{x^2 y}$ (b) $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^4 - y^4}$ (c) $\frac{2x}{(x-2)^2} - \frac{4}{(x-2)(x+1)} - \frac{12}{(x-2)^2(x+1)}$ (1+2+3p)

2. Lös ekvationerna

(a) $2\sqrt{5-x} + x = 3$, (b) $5 - |x + 2| = 2|x - 1| + 1$ (3+4p)

3. Lös olikheterna

(a) $x - \sqrt{x+1} \geq 5$, (b) $x + 3 \geq \frac{3x}{x-4}$. (3+4p)

4. Ange samtliga *möjliga* rationella nollställen till följande polynom samt faktorisera. (5p)

$$x^3 + x^2 - 10x - 12$$

5. (a) Lös ekvationen $\ln(2x) + \ln(3x) = \ln(5x) - 2\ln(6x)$. (3p)

(b) Bestäm ekvationen för funktionen $y = A(e^{bx} + e^{-bx})$ som går igenom punkterna $(0, 2)$ och $(2, 3)$, (dvs bestäm A och b). (3p)

6. (a) Givet $\tan v = \sqrt{3}/2$. Beräkna $\sin v$ om $0 < v < \pi/2$. (1p)

(b) Lös ekvationen $\sin(2v) = \cos(2v)$. Svara i radianer. (2p)

(c) Lös ekvationen $\tan(v) = 2\sqrt{3}\cos(v)$. Svara i radianer. (3p)

7. (a) Bestäm ekvationen för den räta linjen som går genom punkterna $(-2, 1)$ och $(3, -2)$. (1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $4x^2 + 2y^2 + x - 2y = 1$. (3p)

(c) Givet cirkeln med radie r och centrum i $(1, 1)$. Bestäm radien r så att cirkeln tangerar linjen $y = 2x + 3$. (3p)

8. Funktionen $f(x) = \frac{x^2 - 4\sqrt{x} + 4}{x}$ är given. (6p)

(a) Bestäm ekvationerna för tangenten och normalen till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 4$.

(b) I vilka punkter är andraderivatan = 0, dvs lös ekvationen $f''(x) = 0$.