

## Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI och matematik del A, 3p, för KI 2010-08-18

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \frac{\sqrt{xy^5}}{x^{-2}y^3} \quad (b) \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad (c) \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + ab - 2b^2} \quad (6p)$$

2. Lös ekvationerna

$$(a) \sqrt{x} + 2 = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (b) x = \sqrt{x+3} - 2 \quad (3+3p)$$

3. Lös olikheterna

$$(a) x^2 \geq 5x - 6 \quad (b) \frac{3}{x} + 2 > \frac{1}{x-1} \quad (2+4p)$$

4. Ange samtliga *möjliga* rationella nollställen till följande polynom samt faktorisera. (5p)

$$x^3 + x^2 - 11x - 3$$

5. (a) Lös ekvationen  $1 + \ln 2x - 2 \ln x^2 = 0$ . (3p)

(b) Lös ekvationen  $e^{2x} + 2e^x = 3$ . (3p)

6. (a) Givet  $\cos v = 2/\sqrt{6}$ . Beräkna  $\sin v$  om  $0 < v < \pi/2$ . (1p)

(b) Beräkna  $\tan(v)$  om  $\tan(2v) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . Ledning:  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$  (3p)

(c) Lös ekvationen  $\sin^2(v) + \cos(v) = 1$ . Svara i radianer. (3p)

7. (a) Bestäm ekvationen för linjen som går genom punkten  $(-2, 1)$  och skär  $x$ -axeln i  $x = 4$ . (1p)

(b) Linjen  $y = -2x$  och dess normal i punkten där  $x = 1$  bildar tillsammans med  $x$ -axeln en triangel. Beräkna triangelns area. (3p)

(c) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen  $x^2 + 4y^2 + 2x - y = -\frac{1}{2}$ . (4p)

8. Funktionen  $f(x) = \frac{2}{x} + x^3 + x$  är given. (6p)

(a) Bestäm ekvationerna för tangenten och normalen till kurvan  $y = f(x)$  i punkten där  $x = 1$ .

(b) Lös ekvationen  $f'(x) = 0$ .