

**Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI
och matematik del A, 3p, för KI 2010-01-15**

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \frac{c c^{-3}}{(-c^{-2})^{-1}} \quad (b) \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad (c) \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6}$$

(6p)

2. Lös ekvationerna

$$(a) 2|x| - |x - 2| = 5, \quad (b) \sqrt{x^2 + 5} = 1 - 2x$$

(3+3p)

3. Lös olikheterna

$$(a) x^2 \geq 3x - 2, \quad (b) 1 + \frac{6}{x+1} > \frac{x}{x-1}$$

(2+4p)

4. Ange samtliga *möjliga* rationella nollställen till polynomet $3x^3 - 13x^2 + 7x - 1$ samt faktorisera.

(5p)

5. (a) Lös ekvationen $\ln \sqrt{x} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2}{2} = \frac{3}{2} \ln x$.

(3p)

(b) Lös ekvationen $e^x - 1 = 6e^{-x}$.

(3p)

6. (a) Givet $\cos v = \sqrt{\frac{4}{5}}$. Beräkna $\sin v$ om $0 < v < \pi/2$.

(1p)

(b) Beräkna $\sin(2v)$ om $\tan v = 2$ och $0 < v < \pi/2$.

(2p)

(c) Lös ekvationen $\sin(v) = \cos(2v)$. Svara i radianer.

(4p)

7. (a) Bestäm skärningspunkten mellan linjerna $-2x + y = 3$ och $3y + 2x + 1 = 0$.

(1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $x^2 + 4y^2 + x - 2y = 1$.

(3p)

(c) Bestäm ekvationen för den cirkel som tangerar linjen $y = 2x$ och har medelpunkt i $(1, 1)$.

(4p)

8. Funktionen $f(x) = \frac{(x^2 + 1)^2}{x}$ är given.

(6p)

(a) Bestäm ekvationerna för tangenten och normalen till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 1$.

(b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$.