

Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI och matematik del A, 3p, för KI 2011-01-14

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \frac{x^4 - x^2y^2 + y^4}{x^6 + y^6} \quad (b) \frac{1}{x+1} + \frac{2x+4}{x^2-1}$$

(3+3p)

2. Lös ekvationerna

$$(a) x^3 + 1 = \frac{2}{x^3} \quad (b) x = 5 - \sqrt{x+1}$$

(3+3p)

3. Lös olikheterna

$$(a) 4x^2 > 4x + 3 \quad (b) \frac{x^2 + x - 4}{x^2 - 1} < 1$$

(2+4p)

4. Lös ekvationen $x|x| = 3x - |x+1|$.

(5p)

5. (a) Lös ekvationen $\ln 3 + \ln x - 4 \ln 2x = \ln 12$.

(3p)

(b) Lös ekvationen $9^x + 36 = 4 \cdot 3^{x+1}$

(3p)

6. (a) Givet $\tan v = \sqrt{3}/2$. Beräkna $\cos v$ om $0 < v < \pi/2$.

(1p)

(b) Lös ekvationen $\cos(2v + \pi/2) = \sin(\pi/2)$. Svara i radianer.

(3p)

(c) Lös ekvationen $2 \sin^2(v) = \sin(2v)$. Svara i radianer.

(3p)

7. (a) Bestäm ekvationen för linjen som går genom punkten $(-3, 4)$ och är parallell med linjen $2x + 3y + 1 = 0$.

(1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $3x^2 + 2y^2 - 6x + y = 0$.

(3p)

(c) Bestäm den punkt på cirkeln $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$ som ligger närmast punkten $(3, 2)$.

(4p)

8. Funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + x^3 + 2x - 1$ är given.

(6p)

(a) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 1$ och ange tangentens skärningspunkt med x -axeln.

(b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$.