Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI och matematik del A, 3p, för KI 2008-10-24

1. Förenkla så långt som möjligt.

   (a) $\dfrac{a^2 - 4ab + 4b^2}{a^2 - 4b^2}$ (b) $\dfrac{16}{x^2 - 4} - \dfrac{2x}{x - 2} + 3$

   (2+3p)

2. Lös ekvationerna

   (a) $3x^2 - \dfrac{3}{x^2} = 8,$ (b) $3 + \sqrt{1 - 2t + t^2} = 2t$

   (3+3p)

3. Lös olikheterna

   (a) $\dfrac{1}{x} + x \geq \dfrac{5}{2},$ (b) $\dfrac{x-4}{x-1} \geq \dfrac{x-8}{3x+1}$

   (3+4p)

4. Ange samtliga *möjliga* rationella nollställen till följande polynom samt faktorisera. (5p)

   $x^3 - x^2 - 10x + 6$

5. (a) Lös ekvationen $\ln\big(5(3x)^3\big) - 3\ln(3x)^2 + 4\ln(3x) - 2 = 0.$ (3p)

   (b) Bestäm ekvationen för funktionen $y = a\ln(bx)$ som går igenom punkterna $(1, 2)$ och $(2, 3)$, (dvs bestäm a och b). (3p)

6. (a) Givet $\tan v = 3/2$. Beräkna $\cos v$ om $0 < v < \pi/2$. (1p)

   (b) Lös ekvationen $\sin(v/2) = \cos(v)$. Svara i radianer. (3p)

   (c) Lös ekvationen $\sqrt{3}\tan(v) = 2\sin(v)$. Svara i radianer. (3p)

7. (a) Bestäm ekvationen för linjen som går genom punkten $(-1, 2)$ och är vinkelrät mot linjen $4y + 2x + 1 = 0$. (1p)

   (b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $2x^2 + 6y^2 + 4x - 3y = \dfrac{5}{8}$. (3p)

   (c) Bestäm ekvationen för den/de cirklar med som passerar genom punkten $(1, 1)$ och har sin medelpunkt på linjen $y = 2x + 3$ samt area 5π. (4p)

8. Funktionen $f(x) = x\left(\dfrac{x^2 - 1}{3}\right)^3$ är given. (6p)

   (a) Bestäm ekvationerna för tangenten och normalen till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 2$.

   (b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$.