

Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI och matematik del A, 3p, för KI 2009-10-23

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \frac{\sqrt{c} c^{-1}}{\sqrt[3]{c^2}} \quad (b) \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{y-x}{xy}} \quad (c) \frac{6ab + 4b^2}{a^2 - 4b^2} + \frac{a}{a + 2b}$$

(6p)

2. Lös ekvationerna

$$(a) x^4 + 3x^2 = 4, \quad (b) t + \sqrt{3 + 2t} = 1$$

(3+3p)

3. Lös olikheterna

$$(a) x^2 \geq 3x - 1, \quad (b) 1 - \frac{3}{x} > \frac{1}{x + 2}$$

(2+4p)

4. Ange samtliga *möjliga* rationella nollställen till följande polynom samt faktorisera. (5p)

$$x^3 - 11x - 14$$

5. (a) Lös ekvationen $-3 + \ln x - 2 \ln x^2 + 3 \ln x^3 = 0$. (3p)

(b) För vilka a passerar funktionen $y = 3e^{2x} - 4e^x - 2$ genom punkten $(a, 2)$? (3p)

6. (a) Givet $\tan v = \sqrt{2}$. Beräkna $\sin v$ om $0 < v < \pi/2$. (1p)

(b) Beräkna $\tan(2v)$ om $\cos v = \frac{1}{\sqrt{6}}$. Ledning. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$ (2p)

(c) Lös ekvationen $\sin(v) + \cos^2(v) = 1$. Svara i radianer. (4p)

7. (a) Bestäm ekvationen för linjen som går genom punkten $(-2, 1)$ och är parallell med linjen $3y + 2x - 1 = 0$. (1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $x^2 + 2y^2 + 4x - 3y = \frac{7}{8}$. (3p)

(c) Bestäm de linjer som är parallella med $y = -2x$ och tangerar cirkeln med medelpunkt i $(1, -1)$ och radie $\sqrt{2}$. (4p)

8. Funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{2x}}$ är given. (6p)

(a) Bestäm ekvationerna för tangenten och normalen till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 2$.

(b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$.