

Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI och matematik del A, 3p, för KI 2011-10-21

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \frac{x^2 - y^2}{x - \frac{x-y}{2}} \quad (b) \frac{a^2 + b\sqrt{ab}}{a-b} - \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

(3+3p)

2. Lös ekvationerna

$$(a) \ 1/\left(\frac{2}{x} - 3\right) = 1 - 2x \quad (b) \ 0 = 2x + 1 + \sqrt{2x^2 - 3x + 5}$$

(3+3p)

3. Lös olikheterna

$$(a) \ \frac{3-x}{x^2-4} < 0 \quad (b) \ 2 - \frac{3}{x+1} < \frac{1}{x-1}$$

(2+4p)

4. Lös ekvationen $|x+1| = 2|x-3| + 3$. (5p)

5. (a) Lös ekvationen $\ln 3 + \ln x - 3 \ln 2x = \ln 6$. (3p)

(b) Givet punkterna (1, 5) och (2, 3) på kurvan $y = Ae^{kx}$, vilket värde har y då $x = 4$? Svaret skall skrivas utan logaritmer. (3p)

6. (a) Givet $\tan v = 3/4$. Beräkna $\cos(v + \pi/4)$ om $0 < v < \pi/2$. Ledning. $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$. (1p)

(b) Lös ekvationen $\sin(2v - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Svara i radianer. (3p)

(c) Lös ekvationen $\cos(2v) + 3\cos(v) = 1$. Svara i radianer. (3p)

7. (a) Bestäm ekvationen för linjen som skär koordinataxlarna i $x = 7$ resp $y = -2$. (1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $2x^2 + 4y^2 - 4x + 5y = -3$. (3p)

(c) En triangel har hörn i punkterna (1, 2) och (3, 1) samt origo. Beräkna koordinaterna för den punkt där höjden från hörnet (1, 2) möter basen (dvs den motstående sidan) i triangeln. Beräkna även höjdens längd. Svaret skall skrivas utan trigonometriska uttryck. (4p)

8. Funktionen $f(x) = \frac{2}{3x^3} + \frac{1}{x} + x$ är given. (6p)

(a) Lös ekvationen $f'(x) = 0$.

(b) Bestäm ekvationerna för tangenten och normalen till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 1$.