

**Tentamen i matematik introduktion, 3p, för BI
och matematik del A, 3p, för KI 2012-08-22**

1. Förenkla så långt som möjligt.

$$(a) \frac{x - \frac{x+y}{2}}{x^2 - y^2} \quad (b) \frac{x^2}{x^2 - 4} + \frac{1}{x+2}$$

(3+3p)

2. Lös ekvationerna

$$(a) \frac{2x}{x-1} = \frac{1}{x} + 3 \quad (b) 1 = 2x + \sqrt{x + 5/2}$$

(3+3p)

3. Lös olikheterna

$$(a) \frac{x+3}{x^2-4} < 0 \quad (b) \frac{x}{x-2} > \frac{1}{4-x^2}$$

(2+4p)

4. Lös ekvationen $x|x-2| = 2 - |x+1|$.

(5p)

5. (a) Lös ekvationen $\ln 2 + \ln(x-3) - \frac{1}{2} \ln x = 0$.

(3p)

(b) Lös ekvationen $9^x = 3^{x+1} - 2$.

(3p)

6. (a) Givet $\sin v = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Beräkna $\cos(v)$ om $0 < v < \pi/2$.

(1p)

(b) Lös ekvationen $\cos(2v) = \sin(v)$. Svara i radianer.

(3p)

(c) Beräkna $\sin(v)$ om $2 \sin(v) = \sqrt{3} \cos^2(v)$.

(3p)

7. (a) Bestäm ekvationen för den räta linjen igenom punkterna $(-5, 3)$ och $(-2, 1)$.

(1p)

(b) Ange medelpunkt och halvaxlar för ellipsen $3x^2 + 2y^2 + 6x - y = 0$.

(3p)

(c) Bestäm skärningspunkterna mellan cirkeln med centrum i $(-2, 1)$, radie $= \sqrt{10}$ och linjen $y = 3x + 1$.

(4p)

8. Funktionen $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$ är given.

(6p)

(a) Lös ekvationen $f'(x) = 0$.

(b) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 1$.