

## Tentamen i matematik del B för BI och Fartygsdesign och matematik del C för KI, 20070831

1. (a) Definiera begreppet invers matris. (3p)

(b) Formulera och bevisa formeln för skalärprodukt uttryckt i vektorernas koordinater i en ON-bas. (3p)

2. Härled formeln för arean av en triangel med hörn i punkterna A, B och C. (3p)

3. Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 13 \end{bmatrix}$ , bestäm  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix}$  (där  $a$ ,  $c$  och  $f$  är positiva) så att  $\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{B}^t$ . (3p)

4. (a) Lös ekvationsystemet.

$$\begin{cases} x - y + z + u = 1 \\ 2x - y + 3z + u = 2 \\ x + y + z + 3u = 3 \\ x - 3y - z + 9u = 7 \end{cases}$$

(3 p)

(b) Lös ekvationsystemet med minsta kvadratmetoden och beräkna medelfelet.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

(5 p)

5. Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ .

(a) Beräkna  $(\mathbf{A} - \mathbf{E})^{-1}$ . (2p)

(b) Lös matrisekvationen  $\mathbf{X}\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{X}$ . (3p)

**OBS! Uppgifterna 6, 7 och 8 finns på nästa sida**

6. (a) Förenkla  $(2\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v})$ . (2p)
- (b) Givet  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ , beräkna vinkeln mellan  $\mathbf{a}$  och  $\mathbf{b}$ . (2p)
- (c) I triangeln ABC låt  $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$  och  $\mathbf{b} = \overrightarrow{AC}$ . Låt P vara mittpunkten på sträckan AB och låt Q ligga på sträckan BC, så att CQ är dubbelt så lång som BQ. Uttryck  $\overrightarrow{QP}$  i  $\mathbf{a}$  och  $\mathbf{b}$ . (3p)
7. (a) Bestäm på parameterform ekvationen för linjen genom  $P_1 = (2, 0, 1)$ ,  $(5, -2, -1)$  och ange en punkt på linjen som ligger på avståndet 3 från  $P_1$ . (2p)
- (b) Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkten  $(3, 1, 1)$  och skär linjen i (a) under rät vinkel. (2p)
- (c) Givet planet  $\pi : 3x - y + 3z = 2$ . Bestäm talen  $a$ ,  $b$  så att planet som innehåller punkterna  $(4, 0, a)$ ,  $(1, 2, 3)$ ,  $(-1, b, 4)$ , är parallellt med  $\pi$ . (3p)
- (d) Beräkna volymen av tetraedern med hörn i punkterna  $(a, 1, 2)$ ,  $(-1, 0, 1)$ ,  $(3, 4, 1)$  och  $(1, 0, 2)$ . För vilket/vilka värden på  $a$  ligger punkterna i samma plan? (4p)
8. (a) Beräkna avståndet från punkten  $P_1 = (3, -3, 1)$  till planet  $\pi : 4x - y + z = 1$ . (2p)
- (b) Beräkna projektionspunkten,  $P_{proj}$ , av  $P_1$  på planet  $\pi$ . (2p)
- (c) Ange en linje som innehåller  $P_1$  och ej skär planet  $\pi$ . (3p)