

Tentamen i matematik del B/del C för BI/KI, 20100827

- (a) Visa att om $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$ så är matriserna \mathbf{A} och \mathbf{B} kvadratiska av samma typ. (2p)
(b) Formulera och bevisa formeln för vektorprodukt uttryckt i vektorernas koordinater i en ONH-bas. (3p)
- Härled formeln för avståndet från en punkt till en linje i rummet. (3p)
- Lös ekvationsystemet för samtliga värden på parametern p .

$$\begin{cases} 2x + 3y - pz = -1 \\ x + 2y + 2z = -1 \\ -4x + py - 8z = 4 \end{cases} \quad (6 \text{ p})$$

- Anpassa en rät linje till punkterna $(1; 1)$, $(2; 0)$, $(2; -1)$ och $(3; 2;)$ genom att använda minsta kvadratmetoden. (5 p)

5. Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $\mathbf{X}\mathbf{A} + \mathbf{B} = 2\mathbf{E}$. (5p)

- (a) Givet $|\mathbf{u}| = 2$ och $|\mathbf{v}| = 3$ samt $|\mathbf{u} + 2\mathbf{v}| = 5$. Beräkna vinkeln mellan vektorerna \mathbf{u} och \mathbf{v} .

(b) Givet $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$, beräkna t så att \mathbf{a} blir vinkelrät mot $\mathbf{a} + t\mathbf{b}$. (6p)

- I ett ONH-system är följande punkter givna. $A = (1; 0; 1)$, $B = (0; 2; 2)$, $C = (1; 6; 1)$ och $D = (-1; 4; 5)$.

(a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom A , B och C . (3p)

(b) Beräkna arean av triangeln ABC , samt ange avståndet från punkten C till linjen genom A och B . (3p)

(c) Beräkna volymen av tetraedern $ABCD$, samt ange avståndet från punkten D till planet genom A , B och C . (4p)

8. Låt L_1 vara linjen $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $L_2 : x - 2 = \frac{y - 3}{2} = \frac{z - 4}{2}$ och låt Π vara planet $2x - y - z - 5 = 0$.

(a) Undersök om linjerna L_1 och L_2 skär varandra och bestäm i så fall skärningspunkten. (3p)

(b) I vilken punkt skär linjen L_1 planet Π ? (3p)

(c) Bestäm projektionen av linjen L_2 på planet Π . (4p)