

## Tentamen i lma033/515 matematik del B/C för BI/KI, 20110826

1. Formulera och bevisa formeln för projektion av en vektor  $\mathbf{u}$  på en vektor  $\mathbf{v}$ . (3p)
2. Definiera vektorprodukt. Beräkna basvektorernas vektorprodukter i en ONH-bas i rummet. (3p)
3. Lös ekvationssystemet för samtliga värden på parametern  $a$ .

$$\begin{cases} x + 3y + 3z = ax \\ -3x - 5y - 3z = ay \\ 3x + 3y + z = az \end{cases} \quad (6 \text{ p})$$

4. Anpassa en rät linje till punkterna  $(0;1)$ ,  $(1;1)$ ,  $(2;2)$  och  $(3;2)$  genom att använda minsta kvadratmetoden. Medelfelet behöver ej beräknas. (6 p)

5. Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Lös matrisekvationen  $\mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{A} + \mathbf{B}$ . (6p)

6. (a) Givet  $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| = \sqrt{7}$  och  $|\mathbf{u} - 2\mathbf{v}| = \sqrt{7}$  samt  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 1$ . Beräkna  $|\mathbf{u}|$  och  $|\mathbf{v}|$ .

(b) Givet  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  bestäm  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  så att  $\mathbf{u}$  är parallell med  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{v}$  parallell med  $\mathbf{c}$  och  $\mathbf{a} - \mathbf{u} - \mathbf{v}$  vinkelrät mot både  $\mathbf{b}$  och  $\mathbf{c}$ . (8p)

7. I ett ONH-system är följande punkter givna.  $A = (1;1;2)$ ,  $B = (2;1;0)$  och  $C = (-2;0;2)$  samt  $D = (0;-1;3)$ .

(a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom A, B och C. (3p)

(b) Beräkna volymen av tetraedern ABCD. (3p)

(c) I tetraedern i (b), beräkna vinkeln mellan sidan AD och basytan ABC. (3p)

8. Låt  $L$  vara linjen genom  $(1;3;1)$  och  $(-1;-2;0)$  och låt  $\Pi$  vara planet  $3x - y + 4 = 0$ .

(a) Avgör om linjen  $L$  skär planet  $\Pi$  och bestäm i så fall skärningspunkten. (3p)

(b) Ange de punkter på linjen  $L$  som har avståndet 2 längdenheter till planet  $\Pi$ . (3p)

(c) Bestäm projektionen av linjen  $L$  på planet  $\Pi$ . (3p)