Tentamen i LMA033/515 matematik del B/C för BI/KI, 20120112

1. Bevisa formeln för projektion av en vektor $\mathbf{u}$ på en vektor $\mathbf{v}$. (3p)

2. Bevisa formeln för skalärprodukten av två vektorer uttryckt i vektorernas koordinater i en ON bas i rummet. (3p)

3. Lös ekvationssystemet för samtliga värden på parametern a.

$$\begin{cases} \quad\;\; -4y & -6z = ax \\ -x & -3z = ay \\ \;\; x+2y & +5z = az \end{cases}$$

(6 p)

4. Anpassa en rät linje till punkterna $(-1;1)$, $(1;1)$, $(2;1)$ och $(3;2)$ genom att använda minsta kvadratmetoden. Medelfelet behöver ej beräknas. (6 p)

5. Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $\mathbf{A}\,\mathbf{X} = \mathbf{B} - 2\mathbf{X}$. (6p)

6. (a) Bestäm ekvationen för skärningslinjen mellan planen $x + 2y - 2z = 1$ och $x - y + 4z = 19$. Ange en riktningsvektor för linjen.

   (b) Givet $\mathbf{u} = (1, 0, -1)$, $\mathbf{v} = (3, 1, -1)$ och $\mathbf{w} = (2, 0, 1)$ bestäm $\mathbf{w_p} = x\mathbf{u} + y\mathbf{v}$ så att $\mathbf{w_p} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{u}$ och $\mathbf{w_p} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{v}$. (8p)

7. Följande punkter är givna. A $= (1;1;2)$, B $= (2;1;0)$ och C $= (1;-1;4)$ samt D $= (5;-1;0)$.

   (a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom A, B och C. (3p)

   (b) Beräkna volymen av tetraedern ABCD. (3p)

   (c) Beräkna avståndet från punkten C till linjen genom A och B. (3p)

8. Låt L vara linjen genom $\mathrm{P}_1 = (1;0;1)$ och $\mathrm{P}_2 = (2;-3;1)$ och låt Π vara planet $7 + 2x - y + z = 0$.

   (a) Avgör om linjen L skär planet Π och bestäm i så fall skärningspunkten. (3p)

   (b) Beräkna avståndet från P_1 till planet Π. (3p)

   (c) Ange ekvationen för det plan som innehåller linjen L och är vinkelrätt mot Π. (3p)