

Tentamen i matematik del B/del C för BI/KI, 20110113

1. Definiera begreppet invers matris och visa att ekvationen $\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{B}$ har entydig lösning om \mathbf{A} har invers. (3p)
2. Härled formeln för avståndet från en punkt till en rät linje i rummet. (3p)
3. Lös ekvationssystemet för samtliga värden på parametern a .

$$\begin{cases} 2x + ay & +8z = 1 \\ x + (a+1)y & +az = 2a - 1 \\ x + 3y & +2z = 3 \end{cases}$$

(6 p)

4. Anpassa en rät linje till punkterna $(1; 1)$, $(2; 1)$, $(3; 2)$ och $(4; 3)$ genom att använda minsta kvadratmetoden. Beräkna även medelfelet. (6 p)

5. Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. Lös matrisekvationen $\mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} = \mathbf{C}$. (6p)

6. (a) Givet $|\mathbf{u}| = 2$ och $|\mathbf{v}| = \sqrt{3}$ samt $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -2$. Beräkna $|\mathbf{u} - \mathbf{v}|$.

(b) Givet $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, bestäm \mathbf{u} så att \mathbf{u} är parallell med \mathbf{b} och $\mathbf{a} - \mathbf{u}$ vinkelrät mot \mathbf{b} .

(6p)

7. I ett ONH-system är följande punkter givna. $A = (1; 0; 1)$, $B = (0; 2; 2)$ och $C = (1; 6; 1)$.

(a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom A , B och C . (3p)

(b) Beräkna längden av sidan AB och vinkeln vid hörnet B i triangeln ABC . (3p)

(c) Beräkna avståndet mellan de parallella planen $x - 2y + z = 3$ och $x - 2y + z = 5$. (4p)

8. Låt L_1 vara linjen $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$, $L_2 : x - 1 = 1 - y = \frac{z - 3}{2}$ och låt Π vara planet $3x - 4z + 2 = 0$.

(a) Undersök om linjerna L_1 och L_2 skär varandra och bestäm i så fall skärningspunkten. (3p)

(b) I vilken punkt skär linjen L_1 planet Π ? (3p)

(c) Bestäm projektionen av linjen L_1 på planet Π . (4p)