

## Tentamen i matematik del B/del C för BI/KI, 20100310

1. (a) Härled räta linjens ekvation i rummet. (2p)  
(b) Formulera och bevisa formeln för skalärprodukt uttryckt i vektorernas koordinater i en ON-bas. (3p)
2. Härled formeln för volymen av en tetraeder med hörn i punkterna A, B, C och D. (3p)
3. Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & -1 & 2 \\ b & 3 & 1 \\ c & 1 & -1 \end{bmatrix}$ . Bestäm samtliga  $a$ ,  $b$ ,  $c$  så att  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  blir en diagonalmatris (dvs alla element utanför diagonalen är noll). (3p)
4. (a) Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ . Bestäm alla matriser  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix}$  som uppfyller sambandet  $\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{X} \mathbf{A}$ . (4p)  
(b) Anpassa en rät linje till punkterna  $(-1; -2)$ ,  $(1; 2)$ ,  $(3; 4)$  genom att använda minsta kvadratmetoden. Beräkna medelfelet. (5 p)
5. Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ .  
(a) Beräkna  $\mathbf{A}^{-1}$  med Jacobis metod  $[\mathbf{A}|\mathbf{E}]$ . (2p)  
(b) Lös matrisekvationen  $\mathbf{A} \mathbf{X} + 2\mathbf{X} = \mathbf{B}$ . (3p)
6. (a) Givet  $|\mathbf{u}| = 2$  och  $|\mathbf{v}| = 3$  samt  $\cos(\theta) = -2/3$ , där  $\theta$  är vinkeln mellan  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$ . Beräkna  $|3\mathbf{u} - 2\mathbf{v}|$ . (2p)  
(b) Givet  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ , beräkna projektionen av  $\mathbf{a}$  på  $\mathbf{b}$ . (2p)
7. (a) Bestäm på parameterform ekvationen för linjen,  $L$ , genom  $P_1 = (1; 0; -1)$ ,  $P_2 = (2; -3; 4)$  och ange ekvationen för en linje genom  $P_1$  som är vinkelrät mot  $L$ . (2p)  
(b) Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkterna  $(1; -1; 2)$ ,  $(3; 2; 0)$  och  $(2; -4; 7)$ . (3p)  
(c) Givet planet  $\Pi : 3x - y + 3z = 5$ . Bestäm dess skärningspunkt med linjen  $\frac{2-x}{3} = y - 3 = \frac{z}{2}$ . (3p)  
(d) Beräkna avståndet från punkten  $(1; 2; 3)$ , till linjen genom  $(2; 0; -1)$  och  $(5; 3; 1)$ . (3p)
8. (a) Vilka punkter på linjerna  $L_1 : \frac{1-x}{2} = y + 4 = z + 1$  och  $L_2 : x - 4 = 2 - y = z - 3$  ligger närmast varandra? Ledning: Den linje som sammanbinder dessa båda punkter är vinkelrät mot båda linjerna. (4p)  
(b) Beräkna projektionen av punkten  $P_1 = (0; 1; -1)$  i planet  $\Pi : x - 2y + 3z = 4$ . (3p)  
(c) Ange skärningslinjen mellan planen  $\Pi_1 : 2x - 4y + z = 1$  och  $\Pi_2 : 4x + 2y + 3z = 0$  på parameterform. (3p)