

## Tentamen i matematik del B/del C för BI/KI, 20110316

1. Definiera begreppet invers matris och visa att ekvationen  $\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{B}$  har entydig lösning om  $\mathbf{A}$  har invers. (3p)

2. Härled planets ekvation på formen  $Ax + By + Cz + D = 0$ . (3p)

3. Lös ekvationssystemet för samtliga värden på parametern  $a$ .

$$\begin{cases} 2x + ay + 8z = 2 \\ x + 2y + az = 1 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

(6 p)

4. Anpassa en rät linje till punkterna  $(1; 1)$ ,  $(2; 1)$ ,  $(3; 3)$  och  $(4; 3)$  genom att använda minsta kvadratmetoden. Beräkna även medelfelet. (6 p)

5. Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Lös matrisekvationen  $\mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} = \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B}$ . (6p)

6. (a) Givet  $|\mathbf{u}| = 3$  och  $|\mathbf{u} - \mathbf{v}| = \sqrt{17}$  samt  $\cos(\theta) = -\frac{1}{3}$ , där  $\theta$  är vinkeln mellan  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$ . Beräkna  $|\mathbf{v}|$ .

(b) Givet  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ , bestäm  $\mathbf{u}$  så att  $\mathbf{u}$  är parallell med  $\mathbf{b}$  och  $\mathbf{a} - \mathbf{u}$  vinkelrät mot  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ . (6p)

7. I ett ONH-system är följande punkter givna.  $A = (3; 2; 1)$ ,  $B = (5; 3; 1)$  och  $C = (-2; 0; 2)$ .

(a) Bestäm ekvationen för det plan som går genom A, B och C. (3p)

(b) Beräkna längden av medianen från hörnet A i triangeln ABC (dvs längden av sträckan som sammanbinder punkten A med mittpunkten på sträckan BC). Beräkna även vinkeln vid hörnet A i triangeln ABC. (3p)

(c) Beräkna avståndet från punkten C till linjen genom punkterna A och B. (4p)

8. Låt  $L$  vara linjen  $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$  och låt  $\Pi$  vara planet  $2x - y + 4z + 1 = 0$ .

(a) Avgör om linjen  $L$  skär planet  $\Pi$  och bestäm i så fall skärningspunkten. (3p)

(b) Ange ekvationen för något plan som går genom punkten  $(-1; 2; -3)$  och  $e_j$  skär linjen  $L$ . (3p)

(c) Bestäm ekvationen för linjen genom punkten  $(-1; 2; -3)$  som skär linjen  $L$  under rät vinkel. (4p)