Tentamen i LMA033 0399 Matematik, del B, för BI1 och
LMA515 0304 Matematik, del C, för KI1 torsdagen den 17 januari 2013.

Tid: 8.30 - 12.30 **Hjälpmedel:** Inga!

Examinator: Håkan Blomqvist **Telefon:** Dawan Mustafa, tel. 0703-088304

Behandla högst en uppgift per blad! Däremot kan deluppgifter, t ex **1a** och **1b** behandlas på samma blad. Lösningarna skall vara fullständigt redovisade och svaren fullständigt förenklade! **Tentamen omfattar 8 uppgifter** och totalt 50 p.
För godkänt krävs minst 20p. Resultatet meddelas via LADOK.
Efter det att resultatet meddelats återlämnas och granskas tentamina vid Matematiska vetenskapers studieexpedition, måndag till fredag, kl 8.30-13.00.
Eventuella klagomål på rättningen skall lämnas skriftligt.

Teori

1. Definiera följande begrepp:

a) reducerad matris **b)** kommuterande matriser **c)** vektorsubtraktion (1,5p +0,5p+1p)

(Åskådliggör med figur i **1c** och gör en geometrisk tolkning.)

2.a) Bevisa att om matrisen **A** är inverterbar, gäller att $\mathbf{AX} = \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$. (2p)

b) Härled formeln för beräkning av $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$. (1,5p)

c) Bevisa att avståndet d från punkten $P_1 = (x_1; y_1; z_1)$ till planet Π med ekvationen $Ax + By + Cz + D = 0$, ges av formeln

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$ (3,5p)

Problem

3.a) Anpassa med minsta kvadratmetoden en rät linje $y = ax + b$ till punkterna (0; 0), (1; 1), och (4; 3). (2p)

b) Anpassa med minsta kvadratmetoden en kurva $y = a\sqrt{x} + b$ till punkterna (0; 0), (1; 1), och (4; 3). (2p)

c) Avgör vilken av de approximativa lösningarna i **3a** respektive **3b** som är bäst genom att beräkna medelfelen. (2p)

OBS! Uppgifterna 4 -8 finns på nästa sida.

4. Låt $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & x & 4 \\ 2 & 2 & x \end{bmatrix}$.

a) Beräkna $\mathbf{A}^{-1}$. (2p)

b) Lös ekvationen $\det(\mathbf{B} - \mathbf{A}) = 0$. (2p)

c) Finns något värde på x så att **A** och **B** kommuterar?
Bestäm i så fall detta värde. (2p)

5. Planen $\Pi_1 : 2x - y - 2z = 3$ och $\Pi_2 : z = x - y - D$ är givna i ett ONH-system.

a) Beräkna vinkeln mellan planen Π_1 och Π_2. (2p)

b) Visa att punkten A = (3; 1; 1) ligger i planet Π_1 och bestäm D så att
A även ligger i planet Π_2. (1p)

6. Lös, för alla värden på parametern p för vilka lösningar existerar, ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + py + p^2 z = p \\ x + (p+1)y + (p^2 + 2p + 1)z = p+2 \\ x + 2py + 4p^2 z = 3p \end{cases}$$

Använd eliminationsmetoden på matrisform. (7p)

7. Linjen L: $x - 2 = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-4}{2}$ och punkterna P_1 = (4; 4; 5) och P_2 = (2; 0; 9)
är givna i ett ONH-system.

a) Beräkna avståndet mellan punkten P_1 och linjen L. (4p)

b) Låt L_{12} vara den räta linje som går genom punkterna P_1 och P_2.
Undersök om L_{12} skär linjen L och bestäm i så fall skärningspunkten. (3p)

c) Bestäm projektionen av punkten P_1 på linjen L. (5p)

8. För en parallellogram gäller att basen har längden 4 cm, omkretsen är 12 cm
och arean är 6 cm^2.

Antag att parallellogrammen spänns upp av vektorerna ***u*** och ***v*** och beräkna,
med vektoralgebra, vinkeln mellan parallellogrammens diagonaler. (6p)