

LMA033b och LMA515c

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkänddelen). Bonuspoäng från duggor 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

---

Del 1: Godkänddelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (12p)  
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. (a) Förklara vad som menas med begreppet *linjärt beroende mängd av vektorer* i  $\mathbb{R}^n$ . (2p)  
(b) Är vektorerna

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

linjärt beroende. (3p)

3. (a) Definera begreppet kommuterande matriser. (2p)

(b) Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & x & 4 \\ 2 & 2 & x \end{bmatrix}$ . Finns det något värde på  $x$  så att

$\mathbf{A}$  och  $\mathbf{B}$  kommuterar? Ange i så fall detta värde. (3p)

4. Låt ES vara ekvationssystemet 
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + z = 2 \\ 2x + y + az = 3 \end{cases} .$$

- (a) Lös ES för de värden på parametern  $a$  för vilka detta är möjligt. (3p)

- (b) Beräkna  $y$  med Cramers regel, för de värden på  $a$  för vilka detta är möjligt. (3p)

- (c) Bestäm för  $a = 2$  den bästa möjliga lösningen till ES i minsta kvadratmetodens mening. Beräkna även medelfelet. (5p)

5. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{5}$  och punkten  $(0, -1, 1)$ . (5p)

VÄND!

## Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.  
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) För alla  $2 \times 2$  matriser  $\mathbf{A}$  och  $\mathbf{B}$  gäller att  $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$ . (1p)

(b) Varje ekvation med fler ekvationer än obekanta saknar lösning. (1p)

(c) Vektorn  $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  är parallell med planet  $2x - 6y + 4z + 2 = 0$ . (1p)

(d) Om  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$  så är  $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \|\mathbf{u}\|^2 \|\mathbf{v}\|^2$ . (1p)

7. En linjär avbildning  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  avbildar de tre vektorerna (4p)

$$\mathbf{u} = (1, 0, 0), \quad \mathbf{v} = (1, 1, 0), \quad \mathbf{w} = (2, 1, 1)$$

på vektorerna

$$F(\mathbf{u}) = (2, 3, 4), \quad F(\mathbf{v}) = (4, -3, 2), \quad F(\mathbf{w}) = (8, 1, 5).$$

Bestäm avbildningsmatrisen.

8. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkten  $(1, 0, 2)$ , är parallell mot planet (4p)  
 $x + y + z + 1 = 0$ , samt vinkelrät mot linjen  $x = 1 - t, y = 1 + t, z = 2t$ .

Lycka till!  
Jonny L

Anonym kod	LMA033b och LMA515c 150309	sid.nummer 1	Poäng
------------	----------------------------	-----------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm inversen till matrisen  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  om den existerar. (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(b) Låt  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  och  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ . Lös matrisekvationen  $\mathbf{B}\mathbf{X} - \mathbf{X} = \mathbf{A}^T$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(c) Bestäm på parameterform, linjen L som går genom punkterna (3, 1, 0) och (2, 1, 1). (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(d) Ange standardmatrisen för den linjära avbildning  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  som roterar punkter  $\frac{\pi}{4}$  medurs. Rita figur! (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....